תלמידים יקרים

ברוכים הבאים ל OpenBook,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **חשבון דיפרנציאלי**: פונקציה רציונלית מנה/שבר, המהווה חלק קטן ממערך גדול של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

✓ **קיים פתרון מוקלט באתר - בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר.**

מצאתם טעות? נשמח שתשלחו לנו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה !

המרכז לקידום אקדמי OpenBook

רוית הלפנבאום

תאריך עדכון: יולי 2024

חשבון דיפרנציאלי

הכרות עם **הפונקציה** $\frac{1}{x}$ **ונגזרתה**

1. תחום ההגדרה של הפונקציה $\frac{1}{x}$:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x)=\frac{1}{x}$						

4. מהי מסקנתך ? מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. בדקו את ערכי הפונקציה ככל שx הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס). מסקנתך?
6. שרטטו פונקציה עבור x>0
7. האם אתם יכולים להשלים את השרטוט עבור x<0
8. לפי תשובתכם לזוגיות/אי זוגיות של הפונקציה?
9. קבעו תחומי עלייה וירידה של הפונקציה

ערכו רשימה של תכונות לפונקצית הנגזרת $f'(x)$ אותן ניתן להסיק מתכונות הפונקציה.

שרטטו את גרף הנגזרת של הפונקציה $\frac{1}{x}$ עבור x-ים חיוביים

שרטטו את גרף הנגזרת של הפונקציה $\frac{1}{x}$ עבור x-ים שליליים

מציאת נגזרת הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}$

לפי הגדרת הנגזרת בנקודה כגבול של מנת הפרשים:

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

תחום הגדרה פונקציות רציונאליות

פונקציה רציונאלית – פונקציה שניתן להציגה כמנה של שני פולינומים.

תחום הגדרה של פונקציה רציונאלית – הפונקציה הרציונאלית מוגדרת לערכי x שעבורם המכנה של הפונקציה שונה מאפס.

תרגיל 1

$$y=\frac{2x+1}{x^2-x-12}$$

תשובה $x\neq -3,4$

תרגיל 2

$$y=\frac{x^2-1}{x^2-5x+6}$$

תשובה $x\neq 2,3$

תרגיל 3

$$y=\frac{x}{x-3}$$

תשובה $x\neq 3$

תרגיל 4

$$y=\frac{7x-6}{x^2-8x+16}$$

תשובה $x\neq 4$

הפונקציה $\frac{1}{x}$ ונגזרתה

נגזרת הפונקציה $\frac{1}{ax}$

נגזרת הפונקציה $\frac{a}{x}$

נתונות הפונקציה:

א. $y=\frac{4}{x}$ ב. $y=\frac{x}{4}$ ג. $y=\frac{1}{4}$

התאם לכל פונקציה את נגזרתה:

(1) $y'=\frac{1}{4}$ (2) $y'=-\frac{4}{x^2}$ (3) $y'=0$

התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה:

פישוט הביטוי האלגברי המייצג את הפונקציה כדי שנוכל לגזור אותן באמצעות הנגזרת: $\left(\frac{1}{x}\right)'=$

$-\frac{1}{x^2}$

(1) $y=\frac{8}{x}$

(2) $y=\frac{1}{8x}$

(3) $y=\frac{-7}{8x}$

(4) $y=\frac{1}{x^2}$

(5) $y=\frac{x^2+1}{x}$

(6) $y=\frac{2x^4-5x^2+4x-1}{x}$

נגזרת של מנת שתי פונקציות

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - g'(x)\cdot f(x)}{[g(x)]^2}$$

הנגזרת של מנת שתי פונקציות שווה לנגזרת הפונקציה שבמונה כפול הפונקציה שבמכנה פחות נגזרת הפונקציה שבמכנה כפול הפונקציה שבמונה חלקי ריבוע הפונקציה שבמכנה.

$$\left(\frac{a}{x}\right)' = \frac{-a}{x^2}$$

$$\left(\frac{a}{f(x)}\right)' = \frac{-a\cdot f'(x)}{\left(f(x)\right)^2}$$

דף נוסחאות 3 יח'

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(x^n)' = nx^{n-1}$ (n שלם) , $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$$

דף נוסחאות 4 יח'

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(x^t)' = tx^{t-1}$ (t ממשי) $\quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (\cos x)' = -\sin x \quad (\sin x)' = \cos x$

$(\ell og_a x)' = \frac{1}{x\cdot \ell na} \quad (a^x)' = a^x\cdot \ell na$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

דף נוסחאות 5 יח'

<u>חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:</u>

<u>נגזרות</u>:

$(x^t)' = tx^{t-1}$ (t ממשי) ; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\sin x)' = \cos x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$; $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$; $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

נגזרת של <u>מכפלת</u> פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של <u>מנת</u> פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

גזור את הפונקציות הבאות:

(1) $y = \frac{2x}{3x-4}$

(2) $y = \frac{3x-1}{2x-7}$

(3) $y = \frac{2}{x}$

(4) $y = \frac{5x-3}{2x-7}$

(5) $y = \frac{6x-4}{x^2+x-16}$

(6) $y = \frac{3}{x^2-9}$

(7) $y = \frac{x-3}{2-x}$

(8) $y = \frac{x^2-1}{x+2}$

(9) $y = \frac{x^2-x+1}{x^2-4x+4}$

נגזרת של פונקציה רציונלית- מנה ומורכבת

(1) $y=\left(\frac{x-5}{x-7}\right)^5$

(2) $y=\frac{(x+7)^3}{(5-2x)^9}$

שיפוע המשיק, ערך הנגזרת בנקודה – פונקציה רציונאלית מנה

שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודת ההשקה.

$$m=f'(x=\_\_\_)$$

(1) חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{16x}{x^2+3}$ בנקודה x=1

(2) חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{2x-11}{x-6}$ בנקודה x=4

(3) חשב את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{x-4}{2x+1}$ בנקודה x=-1

(4) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{x-a}{x+1}$ בנקודה x=2 הוא 2. מצא את a

(5) המשיק לגרף הפונקציה $y=\frac{x^2+x-a}{x+1}$ בנקודה x=-3 מקביל לישר 5x+4y=4-. מצא את a

תחומי עליה וירידה פונקציה רציונלית

כדי למצוא תחומי עלייה וירידה עלינו לגזור את הפונקציה.

אם הנגזרת חיובית, הפונקציה עולה

אם הנגזרת שלילית, הפונקציה יורדת.

השלבים למציאת תחומי עליה וירידה של פונקציה.

1. נמצא תחום הגדרה
2. נגזור את הפונקציה ונשווה לאפס(הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת הן חשודות כקיצון).
3. נצייר טבלה ובה נוסיף את הא-ים מתחום ההגדרה והנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת.

נוסיף שורה של ערכי הנגזרת ובה נרשום מתי הנגזרת חיובית ומתי שלילית על ידי הצבת ערך בתחום או מהכרות עם הפונקציה.

נוסיף שורה של הפונקציה כאשר רשמנו שהנגזרת שלילית בתחום נצייר חץ ובו הפונקציה יורדת, כאשר סימנו שהנגזרת חיובית בתחום אז נצייר חץ עולה כי הפונקציה עולה.

נרשום את התחומים.

	x חשוד כקיצון		x
-	0	+	f'(x)
↘	MAX	↗	f(x)

	x חשוד כקיצון		x
+	0	-	f'(x)
↗	MIN	↘	f(x)

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

1. ✓

$$y=\frac{x^2-4}{2x-1}$$

בגרות 804 2012א קיץ

2. ✓

$$y=\frac{x^2-5}{x+3}$$

בגרות 804 2012 חורף

3. ✓

$$y=\frac{2}{x^2-x}$$

בגרות 804 2015 חורף

4. ✓

$$y = \frac{2-x}{(x-1)^2}$$

בגרות 804 2016 קיץ מועד ב

.5

$$y = \frac{x-2}{2x+4}$$

בגרות 804 2017 חורף

.6

$$y = \frac{5}{(2x-4)^2}$$

בגרות 804 2017 קיץ מועד ב

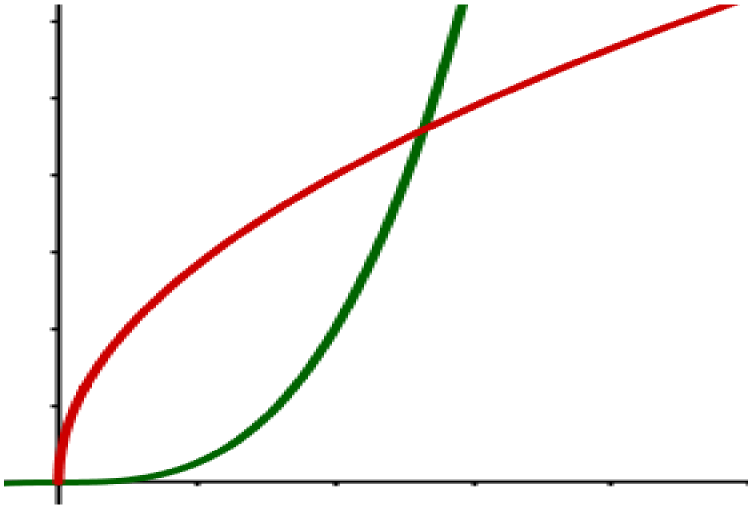
.7

$$y = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$$

בגרות 804 2018 קיץ מועד א

קעירות כלפי מטה, קעירות כלפי מעלה ונקודת פיתול

מצאו תכונות משותפות לשתי הפונקציות במתוארות:



מצאו הבדלים בין שתי הפונקציות:

הגדרת קעירות פונקציה באמצעות משיקים

פונקציה f(x), אשר **גזירה** בתחום נקראת **<u>קעורה כלפי מעלה</u>** בתחום זה

אם הגרף של f(x) בתחום זה נמצא כולו מעל לכל ישר המשיק לגרף,

למעט נקודת ההשקה (שהיא משותפת למשיק ולגרף).

פונקציה f(x), אשר **גזירה** בתחום נקראת **<u>קעורה כלפי מטה</u>** בתחום זה

אם הגרף של f(x) בתחום זה נמצא כולו מתחת לכל ישר המשיק לגרף,

למעט נקודת ההשקה (שהיא משותפת למשיק ולגרף).

קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה ונקודת פיתול

נתונה פונקציה f(x) ונתונה נקודה x_1 שבה יש לפונקציה משיק.

פונקציה קעורה כלפי **מעלה** – אם קיימת סביבה של הנקודה x_1 עבורה גרף הפונקציה נמצא **מעל** למשיק בנקודה x_1 אז הפונקציה f(x) קעורה כלפי **מעלה** בנקודה הנ"ל.

פונקציה קעורה כלפי **מטה** – אם קיימת סביבה של הנקודה x_1 עבורה גרף הפונקציה נמצא **מתחת** למשיק בנקודה x_1 אז הפונקציה f(x) קעורה כלפי **מטה** בנקודה הנ"ל.

נקודת **פיתול** – אם בנקודה x_1 המשיק לגרף הפונקציה עובר מצד אחד של גרף הפונקציה לצד השני אז הנקודה x_1 נקראת **נקודת פיתול**. מעבר מקעירות כלפי מעלה לקעירות כלפי מטה או להיפך.

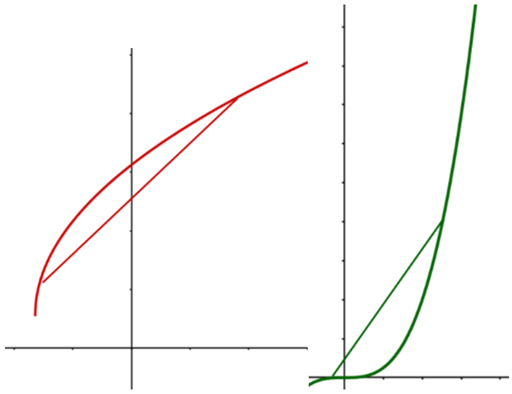
הגדרת קעירות פונקציה באמצעות מיתרים

פונקציה f(x) מוגדרת ורציפה בתחום נקראת **קעורה כלפי מעלה** בתחום זה,

אם הגרף שלה **בכל קטע** (a,b) בתחום נמצא **מתחת** למיתר המחבר את קצות הגרף בקטע זה.

פונקציה f(x) מוגדרת ורציפה בתחום נקראת **קעורה כלפי מטה** בתחום זה,

אם הגרף שלה **בכל קטע** (a,b) בתחום נמצא **מעל** למיתר המחבר את קצות הגרף בקטע זה.



תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

נניח שנתונה פונקציה f(x) המוגדרת בסביבת הנקודה x_1 וידוע כי בנקודה x_1 קיימת לפונקציה נגזרת שנייה $f''(x_1)$:

(1) אם $f''(x_1) > 0$, אז הפונקציה **קעורה כלפי מעלה** ∪ בנקודה x_1.

אם בנקודה x_1 הנגזרת השנייה חיובית, אז הפונקציה **קעורה כלפי מעלה** ∪ בנקודה זו.

(2) אם $f''(x_1) < 0$, אז הפונקציה **קעורה כלפי מטה** ∩ בנקודה x_1.

אם בנקודה x_1 הנגזרת השנייה שלילית, אז הפונקציה **קעורה כלפי מטה** ∩ בנקודה זו.

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 3x + 8$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

<u>תרגיל</u>

נתונה הפונקציה: $y=-x^4+4x^3-6x^2$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

<u>תרגיל</u>

נתונה הפונקציה: $y=\frac{4x-1}{x^2}$

מצא תחום הגדרה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

<u>תרגיל</u>

נתונה הפונקציה: $y=x\sqrt{x-3}$

מצא תחום הגדרה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

פרמטר פונקציה רציונלית

התרגילים הבאים הם חלק משאלה מבגרות. נפתור את החלק הקשור לפרמטר בלבד.

<u>סעיף א בגרות שאלון 004 שנה 2004 קיץ מועד ב</u>

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{x^2-k}{x+5}$ כאשר Kפרמטר.

שיפוע הישר, המשיק לפונקציה בנקודה שבה x=-2 הוא -7/9.

מצא את ערך הפרמטר k.

<u>סעיף א בגרות שאלון 004 שנה 2004 מועד ב</u>

Y=4 אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $y = 1 + \frac{Ax^2}{x^2-4}$ (A פרמטר).

מצא את הערך של הפרמטר A.

<u>סעיף א חורף שאלון 004 שנה 2006</u>

נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2}{a-x}$ (a פרמטר)

המשיק לפונקציה בנקודה שבה x=6 מקביל לציר x.

מצא את הערך של a.

<u>קיץ מועד א שאלון 004 שנה 2008</u>

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a-x^2}{x^2-2}$ ($a \neq 2$ פרמטר).

א. לפונקציה יש נקודת קיצון אחת.

1) מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון והבע באמצעות a את שיעור ה-y שלה.

2) ישר, המשיק לפונקציה בנקודה שבה $y=-4.5$, מקביל לציר x. מצא את הערך של a.

<u>שאלון 004 שנה 2009 קיץ מועד ב</u>

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-ax+2}{x-1}$.

ידוע שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר y.

א. מצא את הערך של *a*.

שאלון 004 שנה קיץ 2010 מועד ב

נתונה הפונקציה $m > 0$, $f(x) = \frac{x^2+3m^2}{x-m}$

א. הבע באמצעות *m* את: (1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר *y*.

ב. המרחק בין נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר *y* לראשית הצירים הוא 3. מצא את הערך של *m*.

006 קיץ 2004 מועד ב

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{Ax-x^2-16}{Bx^2}$ (*A* ו- *B* פרמטרים)

הישר *y=-1* הוא אסימפטוטה של הפונקציה.

שיפוע הישר, המשיק לפונקציה בנקודה שבה *x=-2*, הוא *-6.5*.

א. מצא את הערך של *B* ואת הערך של *A*.

804 קיץ מועד ב 2009

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-x^2-a}{(x-1)^2}$, *a* הוא פרמטר.

א. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.

ב. גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה בנקודה *P*.

(1) הבע באמצעות *a* את שיעור *x* של הנקודה *P*.

(2) נתון כי שיעור *x* של הנקודה *P* הוא 3.5. מצא את הערך של *a*.

804 חורף 2010

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2+2x+16}{bx^2-8x+16}$, *a* ו- *b* פרמטרים. תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \neq 4$.

א. מצא את הערך של *b*.

ב. הצב את הערך של *b* שמצאת בסעיף א.

(1) הבע באמצעות *a* את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר *x*.

(2) האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר *x* וגרף הפונקציה נחתכים בנקודה על ציר *y*. מצא את הערך של *a*.

804 קיץ מועד א 2011

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x+5}{x^2-a}+b$, a ו- b פרמטרים.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x\neq\pm2$, ואחת האסימפטוטות של הפונקציה היא *y=2*.

א. מצא את הערך של *a*, ואת הערך של *b*. נמק.

תרגילים חקירת פונקציה רציונלית מבגרויות 3-4 יח"ל

פונקציה רציונלית היא פונקציה שניתן לכתוב אותה כמנה של שתי פונקציות פולינום

(1)

נתונה הפונקציה f(x)=x+4+4/x

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

ה. קבע איזה מבין הגרפים I-III שלפניך הוא גרף הפונקציה (f(x . נמק את קביעתך

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$.

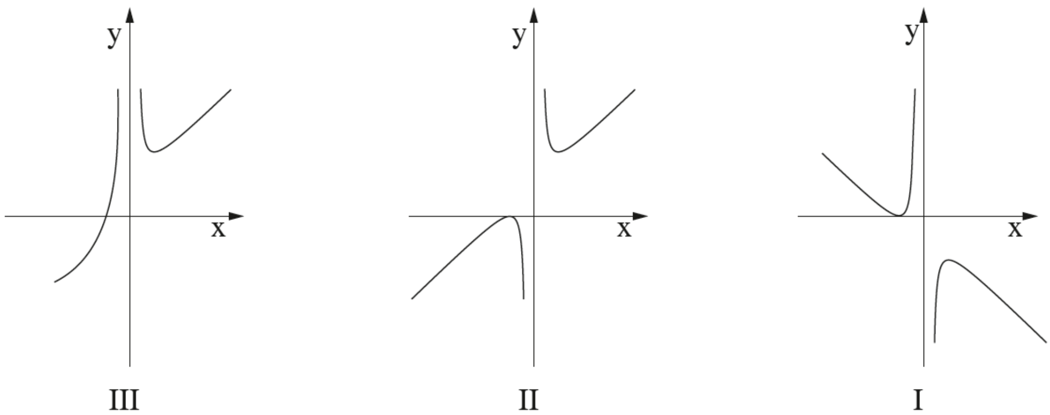
א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

ה. קבע איזה מבין הגרפים I-III שלפניך הוא גרף הפונקציה f(x) . נמק את קביעתך.



(2)

נתונה הפונקציה f(x)=x+4/x^2

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.

.5 נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

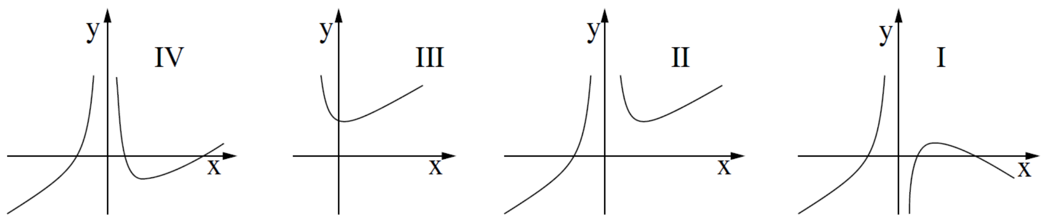
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



(3)

נתונה הפונקציה f(x) –x-4/x ראה ציור.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2)מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן על פי הגרף .

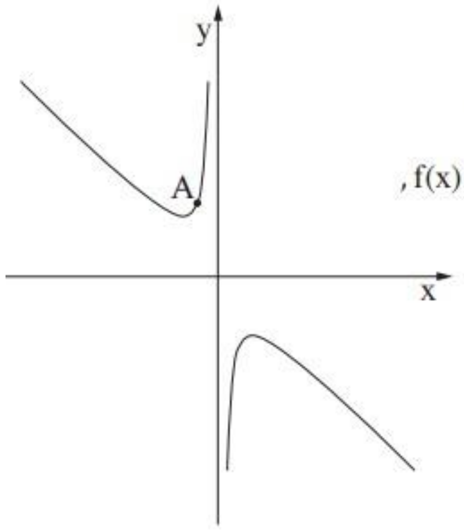
העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה x=1

ג (1) .מצא את שיפוע המשיק.

(2)מצא את משוואת המשיק.

נתונה הפונקציה $f(x) = -x - \frac{4}{x}$

(ראה ציור).



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן על פי הגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה

בנקודה A שבה $x = -1$.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

(4)

נתונה הפונקציה f(x)=1/2-x/4-4/x)ראה ציור(

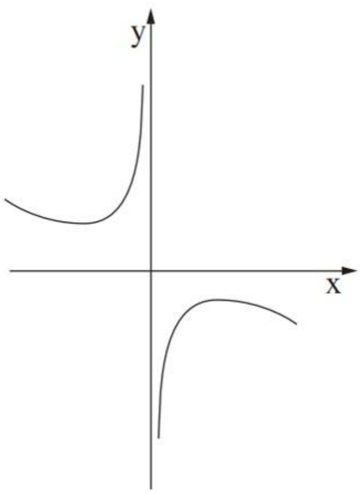
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה

(2) ?f(x)מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה ?f(x)

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה ,f(x) וקבע את סוגן.

ג. האם הנגזרת f'(x) חיובית בקודה שבה?x=6

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ (ראה ציור).



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ג. האם הנגזרת $f'(x)$ חיובית בנקודה שבה $x = 6$?

נמק.

(5)

נתונה הפונקציה f(x)=2x+8/x בתחום) x>0 ראה ציור.(

א. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה.x=1

(1)מצא את שיפוע המשיק בנקודה A.

(2)מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של נקודת המינימום בתחום הנתון.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המינימום שלה.

(1)מצא את משוואת המשיק בנקודת המינימום של הפונקציה.

(2)המשיקים שאת משוואותיהם מצאת, נפגשים בנקודה P (ראה ציור). מצא את השיעורים של הנקודה P.

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{8}{x}$ בתחום $x > 0$
(ראה ציור).

א. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 1$.

(1) מצא את שיפוע המשיק בנקודה A.

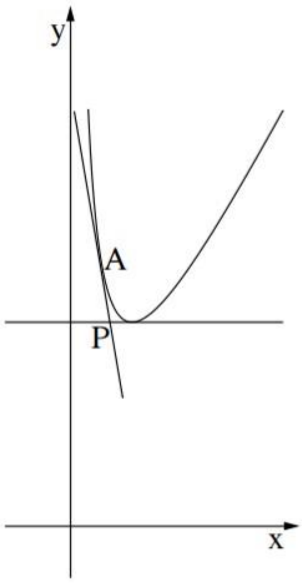
(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה בתחום הנתון.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המינימום שלה.

(1) מצא את משוואת המשיק בנקודת המינימום של הפונקציה.

(2) המשיקים שאת משוואותיהם מצאת, נפגשים בנקודה P (ראה ציור). מצא את השיעורים של הנקודה P.



(6)

נתונה הפונקציה f(x)=x/6+6/x+1

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

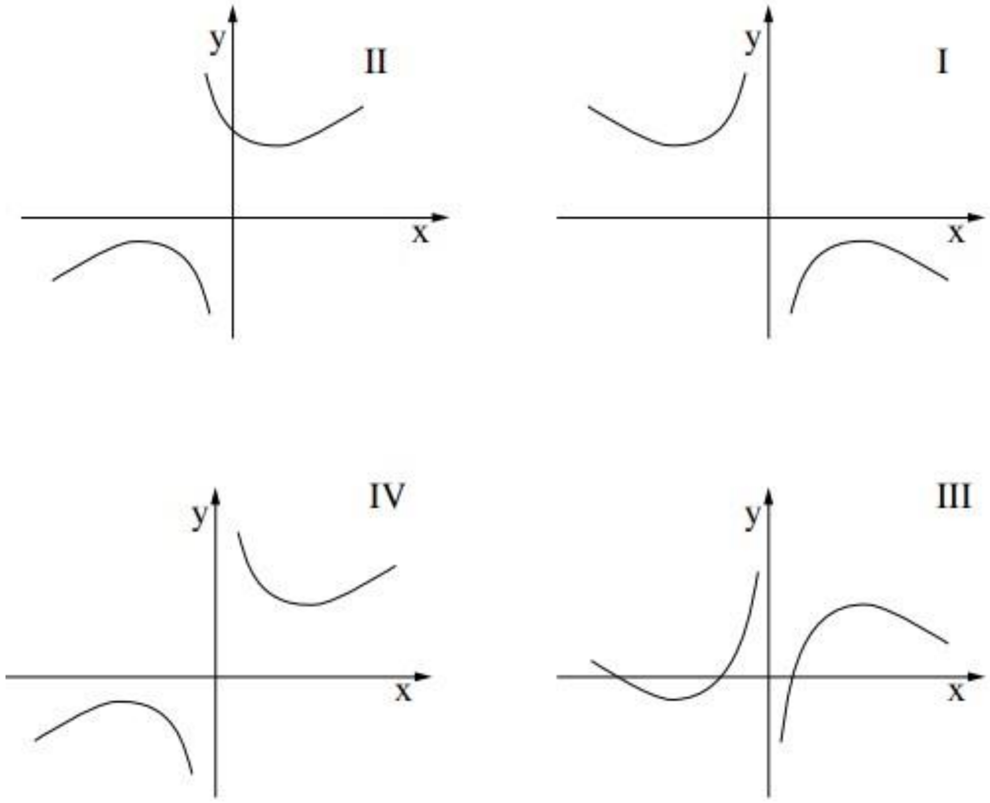
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{6}{x} + 1$.

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ד. מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך, איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

אסימפטוטה אנכית ונקודת חור

<u>תרגיל</u>

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y=\frac{x-2}{x^2-6x+8}$
2. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה
3. מצא את נקודות ה"חור" בגרף הפונקציה (אם קיימים)
4. מצא אסימפטוטה אופקית לפונקציה.
5. שרטט

<u>תרגיל</u>

הפונקציה	$y=\frac{1}{x-3}$	$y=\frac{x^2-9}{x-3}$	$y=\frac{x^2}{x^3}$	$y=\frac{x^2-9}{(x-3)^2}$	$y=\frac{3x^2+21x}{x}$
תחום הגדרה					
פונקציה מצומצמת					
אסימפטוטה אנכית של הפונקציה המצומצמת					
נקודת חור					
שרטוט					

אסימפטוטה אופקית חלק א'

הכרות עם הפונקציה $y = \frac{1}{x}$ בצד/ענף שמאלי ובצד/ענף ימני

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

1000	100	10	4	2	1	x
						$f(x) = \frac{1}{x}$

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

הכרות עם הפונקציה $y = \frac{1}{x^n}$ כאשר n אי זוגי

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

1000	100	10	4	2	1	x
						$f(x) = \frac{1}{x^3}$

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

הכרות עם הפונקציה $y=\frac{1}{x^n}$ כאשר n זוגי

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x)=\frac{1}{x^3}$						

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

מסקנות

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{a}{x^n}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{a}{x^n}=0$$

למשפחת הפונקציות: $y=\frac{1}{x^n}$ יש אסימפטוטה אופקית y=0 ואסימפטוטה אנכית x=0.

אסימפטוטה אופקית חלק 2 הכרות ו"טריק"

אסימפטוטה היא קו ישר המתקרב לגרף הפונקציה באופן כזה שהמרחק ביניהם שואף לאפס כאשר מתרחקים מראשית הצירים אל האינסוף.

יש שלושה סוגים של אסימפטוטות:

אסימפטוטה אופקית

אסימפטוטה אנכית

אסימפטוטה משופעת.

<u>דוגמה:</u>

נסתכל על הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$

נחקור את הפונקציה מה קורה בשאיפה לאינסוף ומינוס אינסוף

x	1	2	10	100	1000
$f(x)$					

x	-1000	-100	-10	-2	-1
$f(x)$					

הכללים למציאת אסימפטוטה אופקית לפונקציה רציונלית

נסתכל על x בעל החזקה הגדולה ביותר.

(1) אם הx הזה נמצא רק במכנה אז האסימפטוטה היא y=0 $y = \frac{ax^{n-1}+\cdots}{bx^n+\cdots}$

(2) אם ה-x במונה ובמכנה אז האסימטוטה היא המנה בין המקדמים שלהם. $y = \frac{ax^n+\cdots}{bx^n+\cdots}$

(3) אם ה-x רק במונה אז אין אסימפטוטה. $y = \frac{ax^n+\cdots}{bx^{n-1}+\cdots}$

טריק - הכללים אסימפטוטה אופקית

1. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר נמצא **במכנה** (מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה יותר קטן ממעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה) אז האסימטוטה היא y=0

2. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה **שווה** למעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה אז האסימפטוטה היא המנה של המקדמים ולכן הישר: $y = \frac{a}{b}$

כאשר a המקדם של x בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה, ו- b המקדם של הx בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה.

3. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר **במונה** יותר גדול ממעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה אז אין אסימפטוטה אופקית

תרגיל

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציות (לפי הטריק/כלל):

$$y = \frac{7x - 3}{x^2 + 7x}$$

$$y = \frac{x^2 + 7x}{7x - 3}$$

$$y = \frac{2x^2 + 7x}{x^2 - 3}$$

אסימפטוטה אופקית חלק 3 כתיב מתמטי גבול נסמך על הכרות עם משפחת הפונקציות $y = \frac{a}{x^n}$

מהסרטונים הקודמים על אסימפטוטה אופקית אנחנו יודעים ש...

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

לכל פונקציה מהצורה $y = \frac{a}{x^n}$:

אסימפטוטה אופקית: y=0

אסימפטוטה אנכית: x=0

מציאת אסימפטוטה אופקית לפונקציה רציונלית

נסתמך על גבולות ידועים:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

נתרגם את הרשום: הגבול $\lim$ של פונקציה כאשר x שואף לאינסוף $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

(1) נסתכל במונה ובמכנה ונזהה את הביטוי המכיל את החזקה הגבוהה ביותר של x.

(2) נחלק כל ביטוי במונה ובמכנה בביטוי המכיל את החזקה הגבוהה ביותר של x (x עם החזקה הגבוהה ביותר).

(3) כל ביטוי מהצורה: $\frac{a}{x^n}$ כאשר x שואף לאינסוף או מינוס אינסוף אז הביטוי שואף לאפס.

תרגיל

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציות (לפי גבול):

$$y=\frac{7x-3}{x^2+7x}$$

$$y=\frac{x^2+7x}{7x-3}$$

$$y=\frac{2x^2+7x}{x^2-3}$$