

תלמידים יקרים

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **הקשר בין גרף הפונקציה לנגזרותיה**, אשר מהווה חלק ממערך מקיף של חומרי עזר להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר תוכלו למצוא מגוון רחב של משאבים ללמידה:

- **הסברים מוקלטים בווידאו** עם הדגמות ויזואליות ברורות.
 - **שאלות תרגול ופתרונות מפורטים** לכל נושא.
 - **מבחנים אינטראקטיביים**, כולל משוב מיידי וקישורים לצפייה בהסברים.
 - **מרתונים והדרכות חיות** להכנה ממוקדת לבגרות.
 - **שיעורים פרטיים וקבוצתיים** במרכז הלמידה רויתמטיקה ובאונליין.
- המשאבים באתר נועדו להנגיש את החומר בצורה ידידותית וברורה, להפוך את חוויית הלמידה **למהנה ומעצימה**, ולאפשר לכם להגיע להצלחה מירבית בבחינות.

בואו ללמוד איתנו ולגלות דרך חדשה להבין מתמטיקה!

רוית הלפנבאום

רויתמטיקה – OpenBook.co.il

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. ✓

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.
כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה OpenBook
אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.
תאריך עדכון: מרץ 2025



הקשר בין פונקציה ונגזרותיה

- כאשר הפונקציה **עולה**, הנגזרת הראשונה **חיובית**.
- כאשר הפונקציה **יורדת**, הנגזרת הראשונה **שלילית**.
- בנקודת **קיצון**, ערך הנגזרת הראשונה הוא **0**.
- אם גם הנגזרת השנייה **שווה לאפס**, ייתכן שמדובר בנקודת **קיצון או נקודת פיתול**.
 - **בנקודת פיתול**, הפונקציה עוברת מעלייה לעלייה או מירידה לירידה, כלומר, הכיוון המקומי של הפונקציה לא משתנה, אך הקעירות שלה משתנה.

כיצד להסיק מפונקציה לנגזרתה ולהפך

- אם נתון מידע על הפונקציה, ניתן להסיק על הנגזרת שלה:
 - נבדוק מתי הפונקציה עולה או יורדת ומתי יש לה נקודות קיצון.
 - נמלא את הנתונים בטבלה המתארת את הפונקציה ונשתמש בהם כדי להסיק על הנגזרת.
- אם נתון מידע על הנגזרת, ניתן להסיק על הפונקציה:
 - נמלא את הנתונים בטבלה עבור הנגזרת ונשתמש בהם כדי להסיק על התנהגות הפונקציה עצמה.
 - לאחר מכן, ניתן לשרטט את הגרף המשוער של הפונקציה.

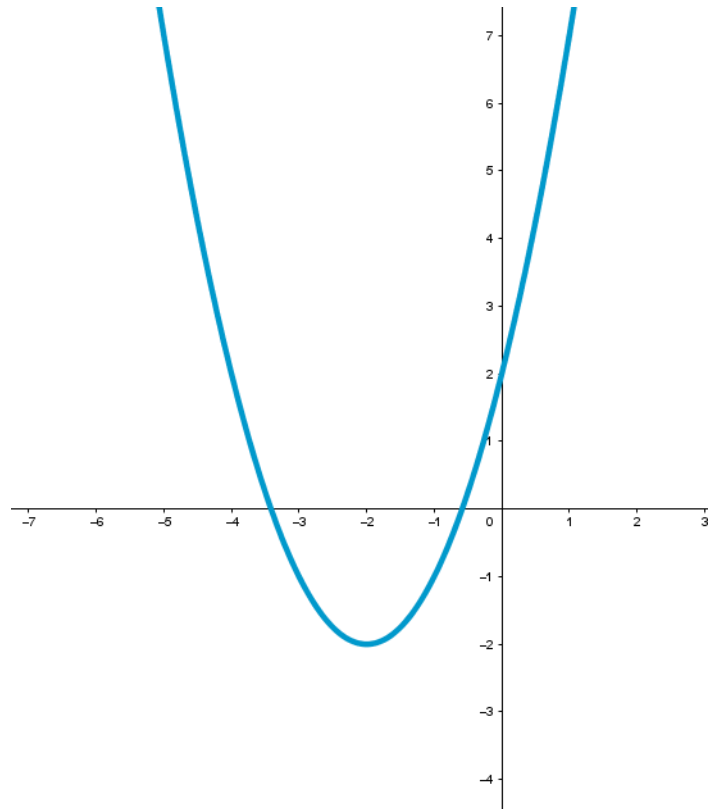
הקשר בין נגזרת ראשונה לנגזרת שנייה

- ניתן להתייחס לפונקציה כנגזרת הראשונה ולנגזרת הראשונה כנגזרת השנייה.
- אותם כללים חלים גם כאן:
 - כאשר הנגזרת הראשונה עולה, הנגזרת השנייה **חיובית**.
 - כאשר הנגזרת הראשונה יורדת, הנגזרת השנייה **שלילית**.
 - כאשר הנגזרת הראשונה מקבלת ערך 0, ייתכן שמדובר בקיצון של הנגזרת הראשונה, כלומר, נקודת פיתול בפונקציה המקורית.

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.
כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה OpenBook
 אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.
 תאריך עדכון: מרץ 2025

איך נשרטט סקיצה של f' ?



מה אנחנו יכולים להסיק מהסתכלות על גרף f על גרף f' ?

נקודות הקיצון של f הן נקודות האפס של f'

תחומי הירידה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת שלילית

ולכן הם תחומי השליליות של f'

תחומי העליה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת חיובית

ולכן הם תחומי החיוביות של f'

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

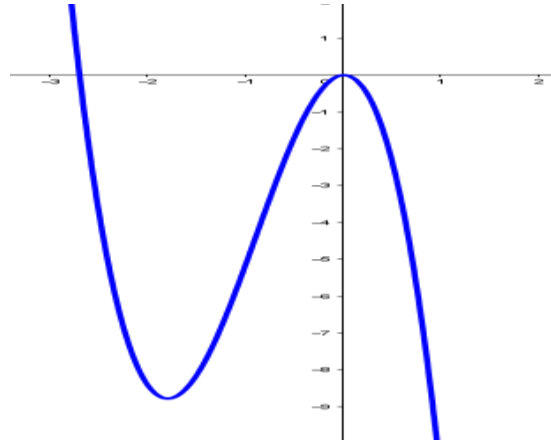
כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025



איך נשרטט סקיצה של f' ?



מה אנחנו יכולים להסיק מהסתכלות על גרף f על גרף f' ?

נקודות הקיצון של f הן נקודות האפס של f'

תחומי הירידה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת שלילית

ולכן הם תחומי השליליות של f'

תחומי העליה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת חיובית

ולכן הם תחומי החיוביות של f'

איך נשרטט סקיצה של f'' ?

נשים לב שניתן להסיק על גרף f'' מהגרף של f' בדיוק כמו שהסקנו מל f

נקודות הקיצון של f' הן נקודות האפס של f''

תחומי העלייה של f' הם תחומי החיוביות של f''

תחומי הירידה של f' הם תחומי השליליות של f''

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

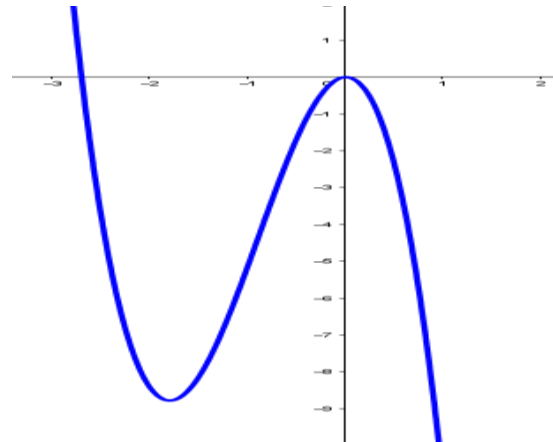
אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025



תרגיל 3

איך נשרטט סקיצה של f' ?



מה אנחנו יכולים להסיק מהסתכלות על גרף f על גרף f' ?

נקודות הקיצון של f הן נקודות האפס של f'

תחומי הירידה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת שלילית

ולכן הם תחומי השליליות של f'

תחומי העליה של הפונקציה הם התחומים בהם הנגזרת חיובית

ולכן הם תחומי החיוביות של f'

איך נשרטט סקיצה של f'' ?

כשב- f' יש מעבר מקעירות כלפי מעלה לקעירות כלפי מטה

ב- f'' יש מעבר מעליה לירידה – כלומר נקודת מקסימום

כשב- f' יש מעבר מקעירות כלפי מטה לקעירות כלפי מעלה

ב- f'' יש מעבר מירידה לעליה – כלומר נקודת מינימום



תרגיל 4

שרטט את הפונקציה והנגזרת הראשונה:

$$y = 2x^2 - 8x + 6$$

לתשומת לבכם:

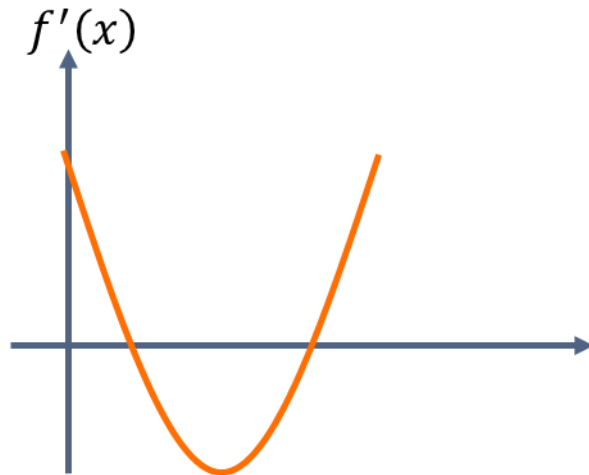
הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025

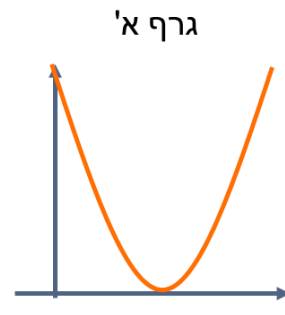
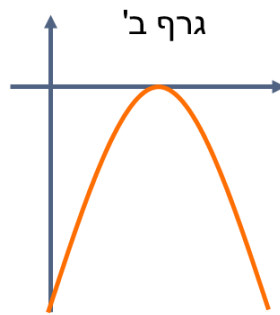
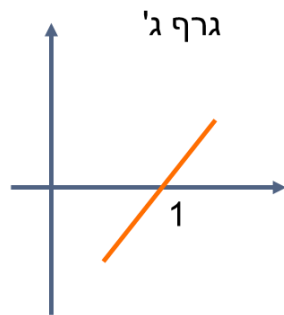
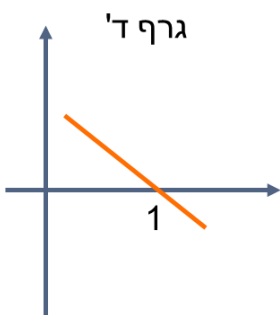
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 8$. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$.



- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את שיעור ה- x בנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
- נתון גם: $f(8) > 0$, $f(4) = 0$, $f(0) = -2$.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד והיא נקודת מינימום ב- $x=1$. $f'(x)$ היא הנגזרת של $f(x)$.

- מהו שיעור ה- x של הנקודה בה הנגזרת $f'(x)$ שווה לאפס?
- מהי הנקודה שבה חותך גרף הנגזרת $f'(x)$ את ציר ה- x ?
- מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x > 1$?
- מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 1$?
- איזה מן הגרפים הבאים (1,2,3,4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$?



לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרית הלפנבאום - ריתמטיקה OpenBook.

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025

תרגיל 7

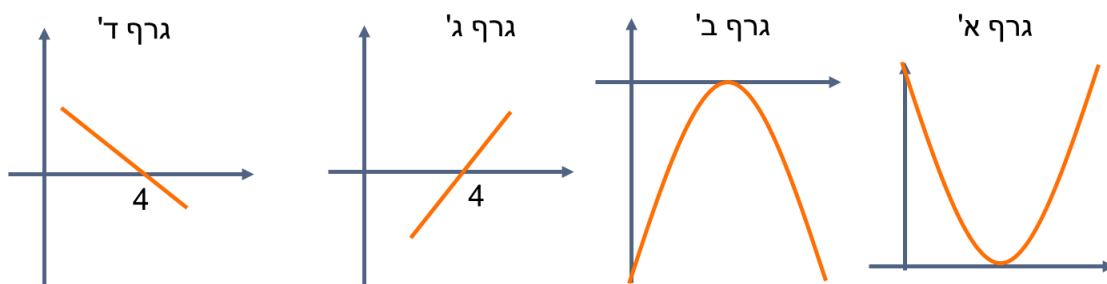
לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד והיא נקודת מקסימום ב- $x=4$.

$f'(x)$ היא הנגזרת של $f(x)$.

א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x>4$?

ב. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x<4$?

ג. איזה מן הגרפים הבאים (1,2,3,4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$?

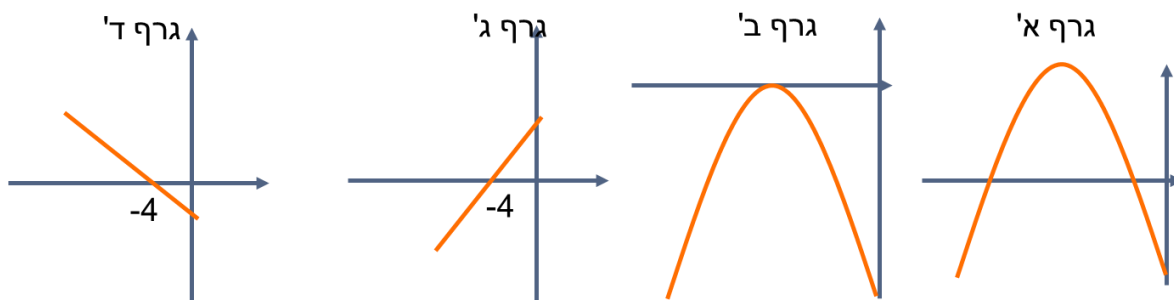


תרגיל 8

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד והיא נקודת מינימום ב- $x=-4$.

$f'(x)$ היא הנגזרת של $f(x)$.

איזה מן הגרפים הבאים (1,2,3,4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$?



לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025

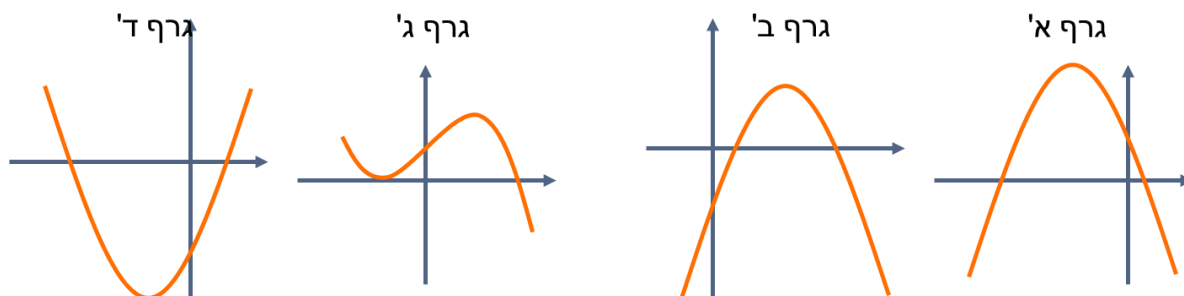
 תרגיל 9

לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד.

נקודת מקסימום ב- $x=2$ ונקודת מינימום ב- $x=-4$.

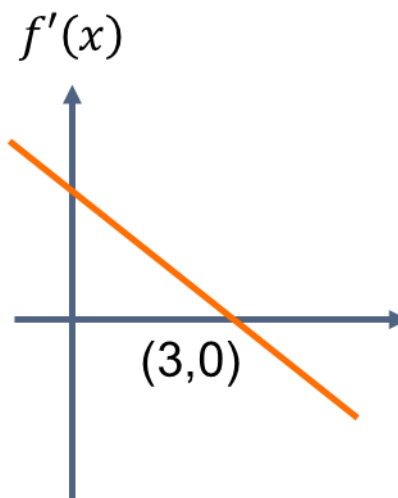
$f'(x)$ היא הנגזרת של $f(x)$.

איזה מן הגרפים הבאים (1,2,3,4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$?



 תרגיל 10

בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.



א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעור ה-x בנקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. נתון: $f(3)=2$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

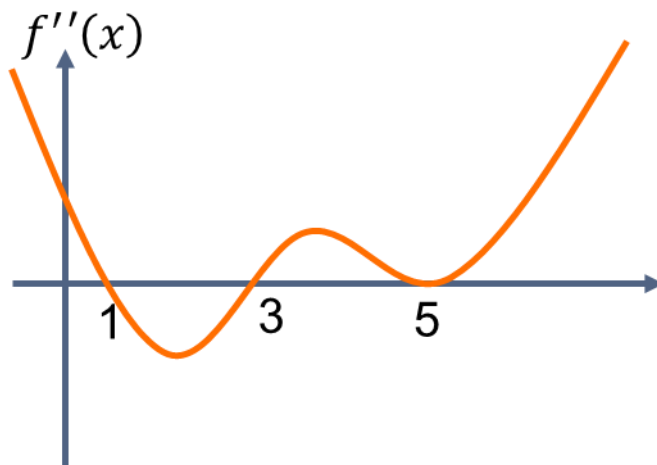
כל הזכויות שמורות לרית הלפנבאום - ריתמטיקה OpenBook.

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025



נתונה הפונקציה $f(x)$. בציור מתואר גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$.



- א. מצא את שיעור ה- x של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה ותחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.

לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025



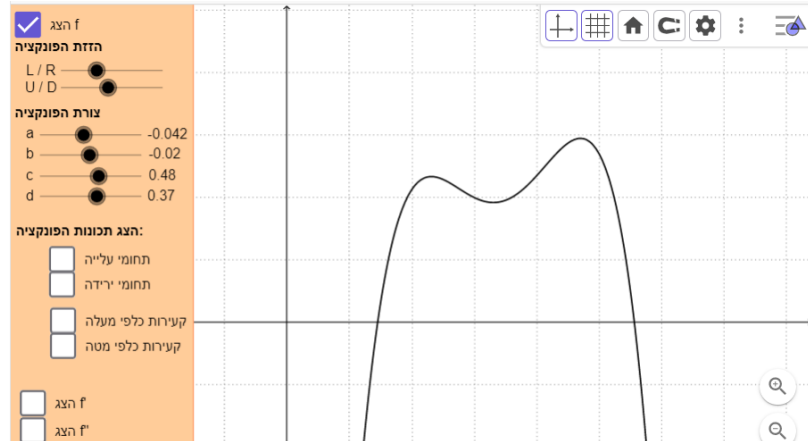
תרגיל אינטראקטיבי – דינאמי בתכנת גאוגברה

ישום דינאמי אינטראקטיבי לתכונות הפונקציה ונגזרתה קשר בין גרף פונ' לנגזרתה

קשר בין גרף הפונקציה לנגזרתה

כיצד מושפעת הנגזרת מפעולות הזזה של הפונקציה?

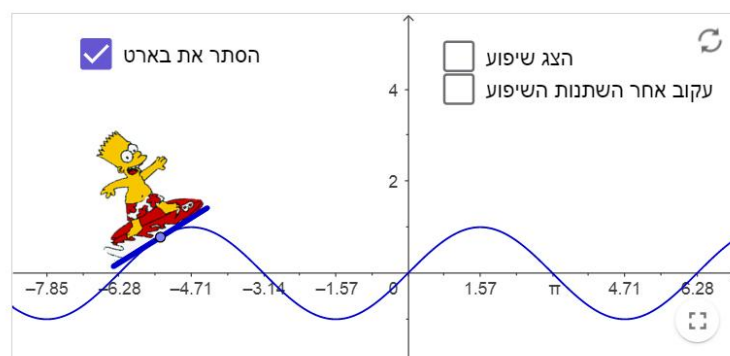
חקירת תכונות הפונקציה כמו עליה וירידה, קעירות כלפי מטה ומעלה של פונקצית הנגזרת.



תרגיל קשר בין גרף הפונקציה לנגזרתה יישומון דינאמי

פונקצית הנגזרת כהשתנות של המשיק

נחקור את אופן השתנות הפונקציה מבחינת תחומי עליה וירידה, נקודות מקסימום ומינימום, פיתול והתנהגות המשיק לפונקציה בכל נקודה.



לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה. OpenBook

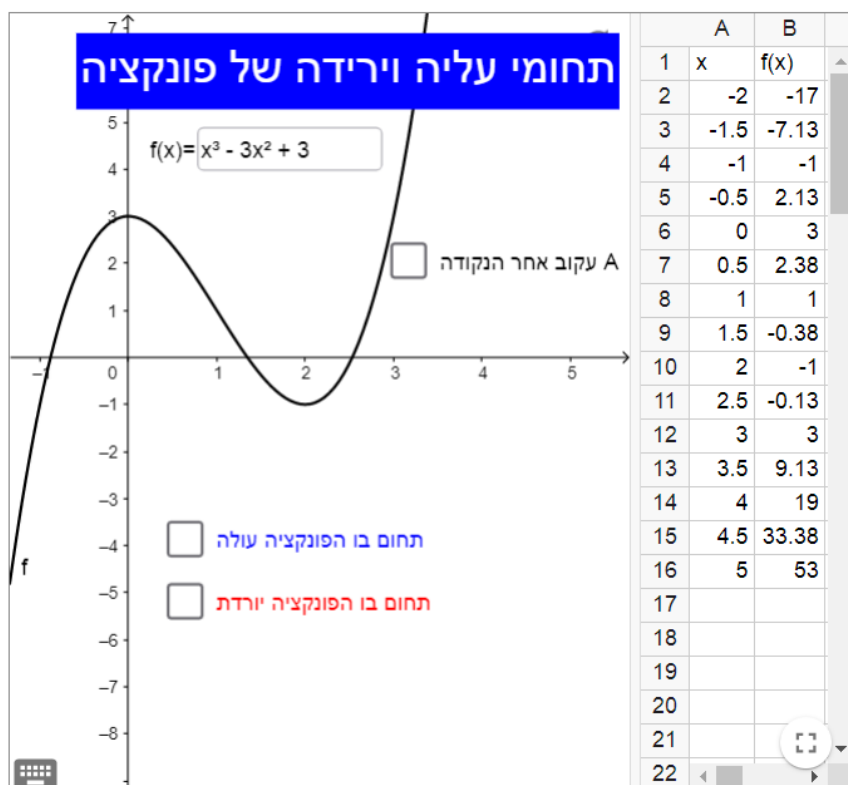
אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025



יישומון דינאמי תכנת גאוגברה קשר בין גרף פונקציה לנגזרתה עלייה וירידה

עליה וירידה של פונקציה



יישומון דינאמי – גאוגברה הקשר בין גרף הפונקציה לנגזרתה זהה איזה פונקציה f, f', f''

באפליקציה למטה, שים לב לשלושת גרפי הפונקציות הצבעוניים, a, b, c:

- פונקציה a מוצגת בגרף כחול.
- פונקציה b מוצגת בגרף כחום.
- פונקציה c מוצגת בגרף כסגול.

בכל בעיה שתיווצר כאן: גרף אחד מייצג את הפונקציה המקורית $y=f(x)$.

גרף אחר מייצג את נגזרת הפונקציה $y=f'(x)$.

הגרף הנותר מייצג את הנגזרת השנייה של הפונקציה $y=f''(x)$.

המטרה שלך היא לקבוע איזה גרף מייצג איזו פונקציה. פשוט סמן אחת מהתיבות הסמוכות לכל תווית בפינה העליונה הימנית.

לאחר מכן, לחץ על "בדוק תשובה". אם התשובות שלך אינן נכונות, נסה לתקן אותן.

הערה: ניתן להתרחק (zoom out) כדי לראות את שלושת הגרפים בפרספקטיבה רחבה יותר.

לתשומת לבכם:

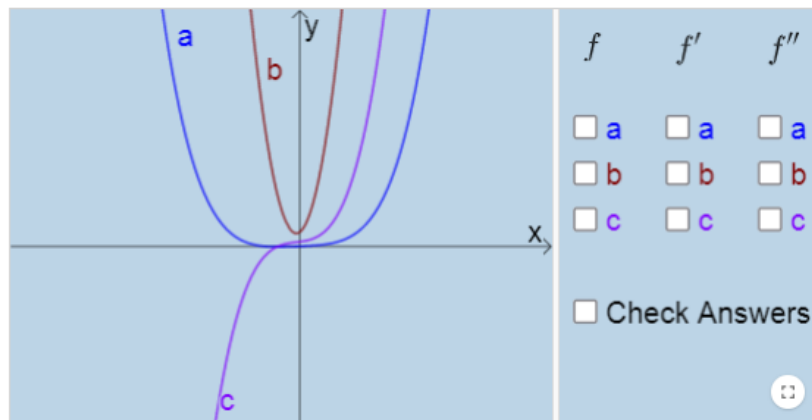
הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרוית הלפנבאום - רויתמטיקה OpenBook.

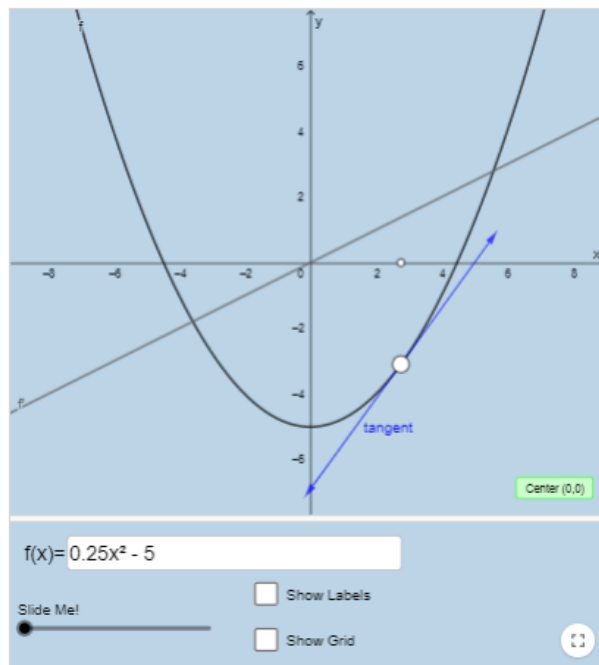
אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025

למשאב שממחיש בצורה דינמית את הקשר בין הגרף של פונקציה לבין הגרף של נגזרתה, ניתן לראות את אפליקציית GeoGebra מתחת לבוחן הזה. לחץ על כפתור "בעיה חדשה" כדי ליצור בעיה חדשה.



תזכורת מהירה. הערה: ניתן לגרור את הנקודה הלבנה ולשנות את הפונקציה f : f לקשר בין



לתשומת לבכם:

הפתרונות בחוברת נכתבו בקפידה, אך ייתכנו אי-דיוקים. אנו ממליצים לבדוק ולהפעיל שיקול דעת בעת השימוש בהם.

כל הזכויות שמורות לרות הלפנבאום - רותמטיקה. OpenBook

אין להעתיק, לשכפל, להפיץ או למכור חלק כלשהו מהחוברת ללא אישור מראש.

תאריך עדכון: מרץ 2025