

תלמידים יקרים,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **סדרה הנדסית**, המהווה חלק קטן ממערך הולך וגדל של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

✓ קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר.


מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל service@OpenBook.co.il

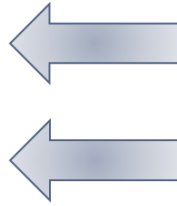
אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,
התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!


המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

סדרה הנדסית

מעבר מסדרה הנדסית לחשבונית

סדרה הנדסית
 $\cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

 $2, 6, 18, 54, \dots, a_n$



סדרה חשבונית
 $+3+3+3$

 $2, 5, 8, 11, \dots, a_n$

מעבר לאיבר הבא כופלים ב-3 כל איבר

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

מעבר לאיבר הבא מוסיפים 3 לכל איבר

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

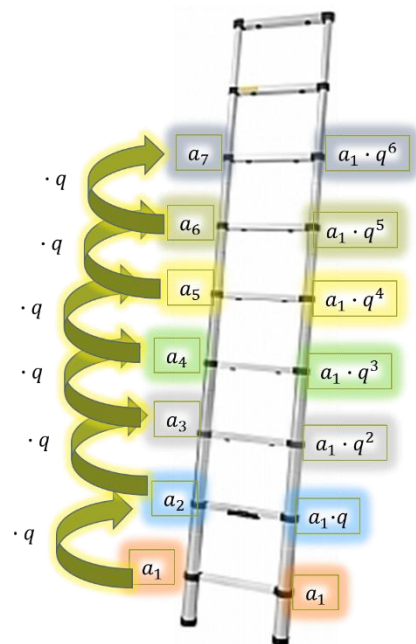
סדרה הנדסית היא סדרת מספרים או אותיות שבה כל מספר (החל מהשני) מתקבל על ידי הכפלת הקודם לו במספר קבוע.

דוגמה: ✓

ביום הראשון פתרה בר 4 תרגילים במתמטיקה.

בכל יום פתרה בר פי 4 תרגילים יותר מאשר ביום שקדם לו.

כמה תרגילים פתרה ביום השביעי?



תרגילים מציאת האיבר הכללי

(1) ✓

האיבר השלישי בסדרה הנדסית עולה הוא 16. מנת הסדרה היא 2.

א. מצאו את האיבר הראשון (a_1).

ב. מצא את האיבר התשיעי

(2) ✓

נתונה סדרה הנדסית שבה:

$$q = -3, a_6 = 1215.$$

מצאו את a_1 .

(3) ✓

נתונה סדרה הנדסית. 3,9,27,...

1. מצאו את המנה של הסדרה

2. רשמו את שני האיברים הבאים בסדרה

3. מצאו את האיבר ה-12 בסדרה

(4)

נתונה סדרה הנדסית שבה $a_1 = 3$ ו- $a_7 = 192$

א. מצאו את מנת הסדרה.

ב. מצא את האיבר השני של הסדרה.

(5)

בסדרה הנדסית, שאינה עולה ואינה יורדת,

האיבר התשיעי הוא 122, -13, והאיבר השישי הוא -486. מצאו את:

א. q ב. a_1 ג. a_2

תנאי לקיום סדרה הנדסית

אם x, y, z הם שלושה איברים סמוכים של סדרה הנדסית, אז מתקיים:

$$\frac{y}{x} = \frac{z}{y}$$

מהקשר הזה נקבל:

$$y^2 = z \cdot x$$

אם נבודד את y (האיבר האמצעי) נקבל:

$$y = \sqrt{z \cdot x}$$

כלומר, כל איבר אמצעי בסדרה הנדסית, שאיבריה חיוביים, הוא ממוצע הנדסי של שני האיברים שסמוכים לו.

 (6)

נתונים שלושה איברים עוקבים של סדרה הנדסית עולה: $2x-7, x+7, 9x+3$.

מצא את x .

 (7)

שלושה מספרים שהראשון בהם 9, מהווים סדרה הנדסית.

אם מחסרים מהראשון 1, מהשני 1 ומוסיפים לשלישי 1 מתקבלת סדרה הנדסית חדשה.

מצא את שתי הסדרות ההנדסיות.

 (8)

המספרים $x, y, 2$ מהווים סדרה הנדסית עולה וגם המספרים $y-2, x+2, 4$.

מהווים סדרה הנדסית עולה.

א. מצא את x ו- y .

ב. מצא את המנה של כל אחת מהסדרות.

תרגילים מציאת איבר כללי

✓ (9)

בסדרה הנדסית סכום האיברים השלישי והרביעי הוא 10 וסכום ריבועיהם 52.
מצא את האיבר הראשון.

✓ (10)

נתונים שלושה מספרים שונים מאפס.
אם כופלים את המספר השלישי פי 5 מתקבלת סדרה הנדסית.
אם מוסיפים לריבועו של המספר הראשון 6 מתקבלת גם כן סדרה הנדסית.
מצא את המספר הראשון.

✓ (11)

בסדרה הנדסית האיבר השלישי גדול ב-15 מהאיבר הראשון וקטן ב-240 מהאיבר החמישי.
מצא את מנת הסדרה.

✓ (12)

מצא את q את a_1 עפ"י הנתונים לגבי הסדרות הנדסיות הבאות:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 42$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 168$$

✓ (13)

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא 380.
סכום שני האיברים הראשונים גדול ב-20 מהאיבר השלישי.
מצא את שלושת האיברים הראשונים.

✓ (14)

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית עולה הוא 26.
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 2.25 מסכום שני האיברים הראשונים.
מצא את שלושת האיברים הראשונים של הסדרה.

✓ (15)

סכום ארבעה איברים מהווים סדרה הנדסית עולה הוא 45.
האיבר הרביעי גדול פי $1\frac{1}{3}$ מסכום האיברים השני והשלישי.
מצא את ארבעת האיברים.

✓ (16)

בסדרה הנדסית עולה סכום ההפרש בין האיבר החמישי לרביעי גדול פי 8 מההפרש שבין האיבר השני לראשון סכום האיברים השלישי הרביעי והחמישי הוא 140.

מצא את האיבר הראשון של הסדרה.



(17)

סכום ארבעת האיברים הראשונים של סדרה הנדסית הוא 170 וסכום האיברים הראשון והשלישי הוא 34.

מצא את מנת הסדרה ואת האיבר הראשון

(הדרכה: מצא תחילה את סכום האיברים השני והרביעי).



(18)

בסדרה הנדסית סכום האיברים השני והשלישי גדול פי 6 מהאיבר הרביעי.

מצא את 2 הערכים האפשריים למנת הסדרה



(19)

סכום האיברים השני, השלישי והרביעי בסדרה הנדסית הוא 42.

ההפרש בין האיבר הרביעי לשלישי גדול פי 12 מהאיבר השני.

מצא את האיבר הראשון.



(20)

האיבר השלישי בסדרה הנדסית גדול ב-20 מהאיבר הראשון והאיבר הרביעי גדול ב-30 מהאיבר השני. מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה.



(21)

סכומם של 4 מספרים המהווים סדרה הנדסית הוא 65. ההפרש בין האיבר הראשון לשני גדול פי 2.25 מהפרש שבין האיבר השלישי לרביעי. מצא את הסדרה.



(22)

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא 336 וסכום האיברים החמישי, השישי והשביעי הוא 21. מצא את האיבר הראשון.

(23)

מצא שלושה מספרים המהווים סדרה הנדסית עולה אם ידוע שמכפלתם היא 64 וסכומם הוא 21.

(24)

בסדרה הנדסית חמישה איברים. סכום כל האיברים בלי הראשון הוא 120 וסכום כל האיברים בלי האחרון הוא 40. מצא את האיבר האחרון.

(25)

בסדרה יש ארבעה איברים: $3, a_2, a_3, a_4$. שלושת האיברים הראשונים הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית. סכום האיבר השני והאיבר הרביעי הוא 15. סכום האיבר השלישי והרביעי הוא 75. מצא את האיברים a_2, a_3, a_4

(26)

מצא 4 מספרים המהווים סדרה הנדסית אם מכפלת האיבר השני ברביעי היא 100 וסכום האיברים השלישי ורביעי הוא 30.

(27)

האיבר הרביעי בסדרה הנדסית גדול ב- 12 מהאיבר השלישי וקטן ב- 72 מהאיבר השישי. מצא את המנה ואת האיבר הראשון.

(28)

בסדרה הנדסית ההפרש בין האיבר השביעי לשלישי גדול פי 90 מההפרש בין האיבר השלישי לראשון. מצא את המנה. (הנח שההפרשים הנ"ל שונים מ-0).

הסכום של סדרה הנדסית

סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנדסית הוא:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}$$



(29)

בסדרה הנדסית: $1, -2, 4, -8, \dots$

א. מצא את a_{10}

ב. מצא את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.



(30)

בסדרה הנדסית האיבר החמישי הוא 1536, והמנה היא 4.

א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

ב. מצאו את סכום תשעת האיברים הראשונים בסדרה



(31)

סכום הסדרה ההנדסית $1, 4, 16, \dots$ הוא 1365.

כמה איברים בסדרה?



(32)

בסדרה הנדסית $3, 6, 12, \dots$ יש 18 איברים.

מצא את סכום שמונת האיברים האחרונים



(33)

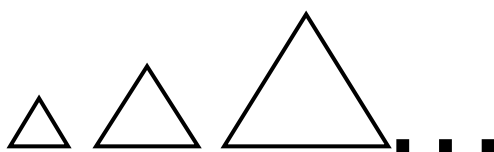
בסדרה הנדסית יש 12 איברים.

סכום ששת האיברים הראשונים הוא 189 וסכום ששת האחרונים הוא 12,096.

מצא את האיבר הראשון.

שאלות מהמאגר 802

12. ✓ ספורטאי הלך 7 שעות רצופות.
בכל שעה עבר מרחק השווה ל- $\frac{4}{5}$ מהמרחק שעבר בשעה הקודמת.
בשעה השלישית הוא עבר 4,000 מטר.
א. חשבו את המרחק שעבר הספורטאי בשעה הראשונה.
ב. חשבו את כל המרחק שעבר הספורטאי במשך 7 שעות.
(קישור לפתרון באתר)
13. ✓ בסדרה הנדסית עולה האיבר החמישי הוא 48 והאיבר השביעי הוא 192.
א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. חשבו את סכום שבעת האיברים הראשונים בסדרה.
(קישור לפתרון באתר)
14. ✓ יש להכניס שלושה מספרים בין המספרים 31 ל- 496, כך שתתקבל סדרה הנדסית שבה חמישה איברים.
א. מצאו את האיבר השני בסדרה, המתקבל אם היא סדרה עולה.
ב. מצאו את האיבר השני בסדרה, המתקבל אם היא איננה סדרה עולה.
(קישור לפתרון באתר)
15. ✓ האיבר הרביעי בסדרה הנדסית הוא 1,000. מנת הסדרה היא 5.
חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.
(קישור לפתרון באתר)
16. ✓ בתחרות השתתפו 10 קבוצות. כל קבוצה זוכה בפרס בהתאם למיקומה בסיום התחרות.
הפרסים מהווים סדרה הנדסית שבה כל פרס קטן מקודמו פי 2.
הקבוצה במקום הראשון מקבלת את הפרס הגדול ביותר, והקבוצה במקום האחרון מקבלת את הפרס הקטן ביותר.
קבוצת "עירוני תמר" סיימה את התחרות במקום השישי וקיבלה סכום של 20,000 ₪.
א. קבוצת "צור יואב" סיימה במקום הראשון. מהו הסכום שקיבלה?
ב. קבוצת "עירוני אפרת" סיימה את התחרות במקום האחרון.
מהו הסכום שקיבלה?
ג. מהו סכום הפרסים הכולל שחולק לכל הקבוצות המשתתפות בתחרות?
(קישור לפתרון באתר)



17. ✓ ההיקפים של משולשים שווי-צלעות מהווים סדרה הנדסית עולה.

בסדרה ישנם 8 משולשים.

אורך הצלע של המשולש הראשון הוא 2 ס"מ,

ואורך הצלע של המשולש השני הוא 6 ס"מ.

א. מהו ההיקף של המשולש השלישי בסדרה?

ב. מהי הצלע של המשולש האחרון בסדרה?

ג. מהו סכום ההיקפים של שמונת המשולשים?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

18. ✓ כאשר מסדרים את המשכורות של 5 עובדים בסדר עולה (מהמשכורת הנמוכה אל

המשכורת הגבוהה), מקבלים סדרה הנדסית.

המשכורת הנמוכה ביותר היא 4,000 ₪, והמשכורת הגבוהה ביותר היא 8,294.40 ₪.

א. חשבו את מנת הסדרה ההנדסית.

ב. חשבו את סכום המשכורות של חמשת העובדים.

ג. חשבו את הממוצע של חמשת משכורות העובדים.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

19. ✓ סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n \cdot 4 \end{cases}$$

א. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

ב. קבעו האם הסדרה ההנדסית עולה / קבועה / יורדת.

ג. חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה.

ד. חשבו את הממוצע של עשרת האיברים הראשונים בסדרה.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

20. ✓ סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = -3 \cdot a_n \end{cases}$$

א. הסבירו מדוע הסדרה היא סדרה הנדסית.

ב. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

ג. חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

21. ✓ סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 80 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{2} \end{cases}$$

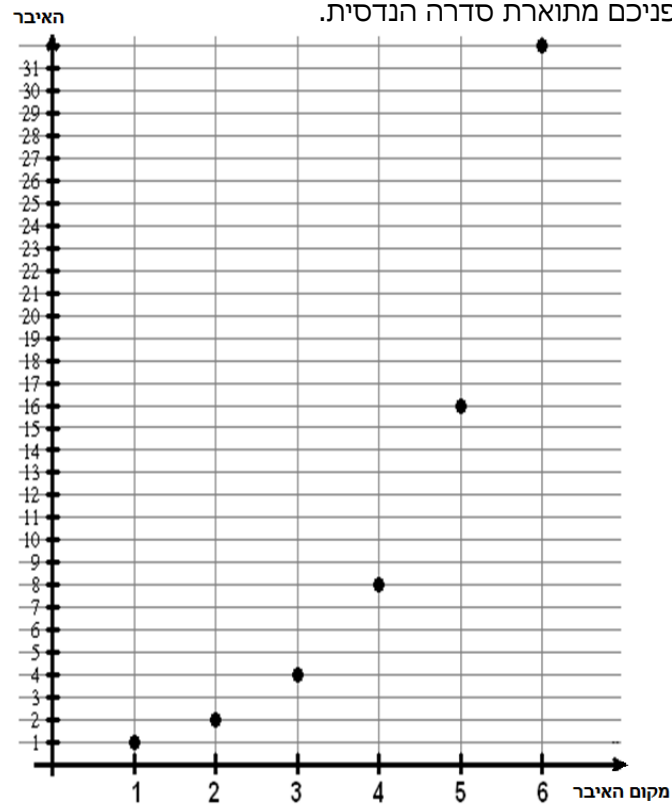
א. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה הנדסית יורדת.

ג. חשבו את סכום ששת האיברים הראשונים בסדרה.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

22. ✓ בגרף שלפניכם מתוארת סדרה הנדסית.



- א. מצאו על-פי הגרף את האיבר הראשון בסדרה, ואת מנת הסדרה.
 ב. חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים של הסדרה (שימו לב! חלק מהאיברים אינם מופיעים בגרף).
[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

תשובות סופיות מאגר 802

12. (א) 6,250 מ' (ב) 24,696.4 מ'
13. (א) $a_1 = 3$ (ב) $S_7 = 381$
14. (א) $a_2 = 62$ (ב) $a_2 = -62$
15. $S_8 = 781,248$
16. (א) 640,000 ₪ (ב) 1,250 ₪ (ג) 1,278,750 ₪
17. (א) 54 ס"מ (ב) 4,374 ס"מ (ג) 19,680 ס"מ
18. (א) 1.2 (ב) 29,766.4 ₪ (ג) 5,953.28 ₪
19. (א) 5, 20, 80, 320, 1280 (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית עולה, כי כל איבר בסדרה מתקבל מהאיבר הקודם על-ידי הכפלה במספר הקבוע 4 (ג) 1,747,625 (ד) 174,762.5
20. (א) הסדרה היא סדרה הנדסית כי כל איבר מתקבל מהקודם על-ידי הכפלה במספר הקבוע -3 (ב) 5, -15, 45, -135, 405 (ג) -8,200
21. (א) 5, 10, 20, 40, 80 (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית יורדת, כי כל איבר קטן מקודמו פי 2 (ג) 157.5
22. (א) $a_1 = 1$, $q = 2$ (ב) 1,023