תלמידים יקרים

ברוכים הבאים ל OpenBook,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **חשבון דיפרנציאלי**: פונקציה רציונלית מנה/שבר, המהווה חלק קטן ממערך גדול של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:
קיים פתרון מוקלט באתר - בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר.

מצאתם טעות? נשמח שתשלחו לנו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה !

המרכז לקידום אקדמי OpenBook

רוית הלפנבאום

תאריך עדכון: נובמבר 2020

חשבון דיפרנציאלי

הכרות עם **הפונקציה** $\frac{1}{x}$ **ונגזרתה**

1. תחום ההגדרה של הפונקציה $\frac{1}{x}$:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x)=\frac{1}{x}$						

4. מהי מסקנתך ? מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. בדקו את ערכי הפונקציה ככל שx הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס). מסקנתך?
6. שרטטו פונקציה עבור x>0
7. האם אתם יכולים להשלים את השרטוט עבור x<0
8. לפי תשובתכם לזוגיות/אי זוגיות של הפונקציה?
9. קבעו תחומי עלייה וירידה של הפונקציה

ערכו רשימה של תכונות לפונקצית הנגזרת $f'(x)$ אותן ניתן להסיק מתכונות הפונקציה.

שרטטו את גרף הנגזרת של הפונקציה $\frac{1}{x}$ עבור x-ים חיוביים

שרטטו את גרף הנגזרת של הפונקציה $\frac{1}{x}$ עבור x-ים שליליים

מציאת נגזרת הפונקציה $f(x)=\frac{1}{x}$

לפי הגדרת הנגזרת בנקודה כגבול של מנת הפרשים:

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

הפונקציה $\frac{1}{x}$ ונגזרתה

נגזרת הפונקציה $\frac{1}{ax}$

נגזרת הפונקציה $\frac{a}{x}$

נתונות הפונקציה:

א. $y=\frac{4}{x}$ ב. $y=\frac{x}{4}$ ג. $y=\frac{1}{4}$

התאם לכל פונקציה את נגזרתה:

(1) $y'=\frac{1}{4}$ (2) $y'=-\frac{4}{x^2}$ (3) $y'=0$

התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה:

פישוט הביטוי האלגברי המייצג את הפונקציה כדי שנוכל לגזור אותן באמצעות הנגזרת: $\left(\frac{1}{x}\right)'=$

$-\frac{1}{x^2}$

(1) $y=\frac{8}{x}$

(2) $y=\frac{1}{8x}$

(3) $y=\frac{-7}{8x}$

(4) $y=\frac{1}{x^2}$

(5) $y=\frac{x^2+1}{x}$

(6) $y=\frac{2x^4-5x^2+4x-1}{x}$

נגזרת של מנת שתי פונקציות

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - g'(x)\cdot f(x)}{[g(x)]^2}$$

הנגזרת של מנת שתי פונקציות שווה לנגזרת הפונקציה שבמונה כפול הפונקציה שבמכנה פחות נגזרת הפונקציה שבמכנה כפול הפונקציה שבמונה חלקי ריבוע הפונקציה שבמכנה.

$$\left(\frac{a}{x}\right)' = \frac{-a}{x^2}$$

$$\left(\frac{a}{f(x)}\right)' = \frac{-a\cdot f'(x)}{\left(f(x)\right)^2}$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

(n שלם) $(x^n)' = nx^{n-1}$, $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

$$\boxed{\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}}$$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

(t ממשי) $(x^t)' = tx^{t-1}$ $\quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad (\cos x)' = -\sin x$ $\quad (\sin x)' = \cos x$

$(\ell og_a x)' = \frac{1}{x\cdot \ell na}$ $\quad (a^x)' = a^x\cdot \ell na$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

דף נוסחאות 5 יח"ל

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

נגזרות:

$\left(x^{t}\right)'=tx^{t-1}$ (t ממשי) ; $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$; $(\cos x)'=-\sin x$; $(\sin x)'=\cos x$

$(\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$; $\left(a^{x}\right)'=a^{x}\cdot\ln a$; $(\ln x)'=\frac{1}{x}$

נגזרת של <u>מכפלת</u> פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

נגזרת של <u>מנת</u> פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

גזור את הפונקציות הבאות:

(1) $y=\frac{2x}{3x-4}$

(2) $y=\frac{3x-1}{2x-7}$

(3) $y=\frac{2}{x}$

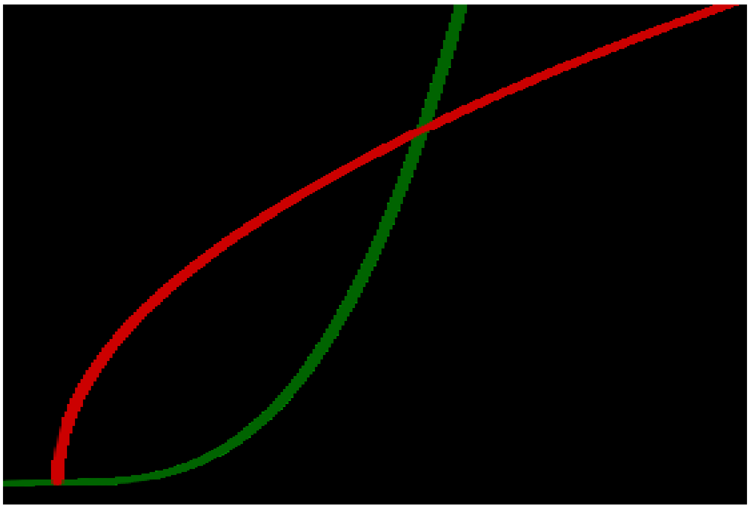
(4) $y=\frac{5x-3}{2x-7}$

(5) $y=\frac{6x-4}{x^2+x-16}$

(6) $y=\frac{3}{x^2-9}$

קעירות כלפי מטה, קעירות כלפי מעלה ונקודת פיתול

מצאו תכונות משותפות לשתי הפונקציות במתוארות:



מצאו הבדלים בין שתי הפונקציות:

הגדרת קעירות פונקציה באמצעות משיקים

פונקציה f(x), אשר **גזירה** בתחום נקראת **<u>קעורה כלפי מעלה</u>** בתחום זה

אם הגרף של f(x) בתחום זה נמצא כולו מעל לכל ישר המשיק לגרף,

למעט נקודת ההשקה (שהיא משותפת למשיק ולגרף).

פונקציה f(x), אשר **גזירה** בתחום נקראת **<u>קעורה כלפי מטה</u>** בתחום זה

אם הגרף של f(x) בתחום זה נמצא כולו מתחת לכל ישר המשיק לגרף,

למעט נקודת ההשקה (שהיא משותפת למשיק ולגרף).

קעירות כלפי מעלה וכלפי מטה ונקודת פיתול

נתונה פונקציה f(x) ונתונה נקודה x_1 שבה יש לפונקציה משיק.

פונקציה קעורה כלפי **מעלה** – אם קיימת סביבה של הנקודה x_1 עבורה גרף הפונקציה נמצא **מעל** למשיק בנקודה x_1 אז הפונקציה f(x) קעורה כלפי **מעלה** בנקודה הנ"ל.

פונקציה קעורה כלפי **מטה** – אם קיימת סביבה של הנקודה x_1 עבורה גרף הפונקציה נמצא **מתחת** למשיק בנקודה x_1 אז הפונקציה f(x) קעורה כלפי **מטה** בנקודה הנ"ל.

נקודת **פיתול** – אם בנקודה x_1 המשיק לגרף הפונקציה עובר מצד אחד של גרף הפונקציה לצד השני אז הנקודה x_1 נקראת **נקודת פיתול**. מעבר מקעירות כלפי מעלה לקעירות כלפי מטה או להיפך.

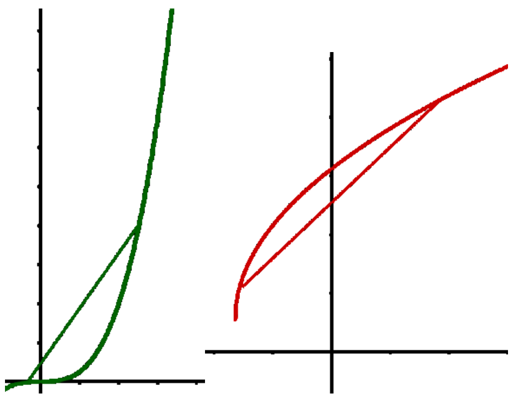
הגדרת קעירות פונקציה באמצעות מיתרים

פונקציה f(x) מוגדרת ורציפה בתחום נקראת **קעורה כלפי מעלה** בתחום זה,

אם הגרף שלה **בכל קטע** (a,b) בתחום נמצא **מתחת** למיתר המחבר את קצות הגרף בקטע זה.

פונקציה f(x) מוגדרת ורציפה בתחום נקראת **קעורה כלפי מטה** בתחום זה,

אם הגרף שלה **בכל קטע** (a,b) בתחום נמצא **מעל** למיתר המחבר את קצות הגרף בקטע זה.



תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

נניח שנתונה פונקציה f(x) המוגדרת בסביבת הנקודה x_1 וידוע כי בנקודה x_1 קיימת לפונקציה נגזרת שנייה $f''(x_1)$:

(1) אם $f''(x_1) > 0$, אז הפונקציה **קעורה כלפי מעלה** $\cup$ בנקודה x_1.

אם בנקודה x_1 הנגזרת השנייה חיובית, אז הפונקציה **קעורה כלפי מעלה** $\cup$ בנקודה זו.

(2) אם $f''(x_1) < 0$, אז הפונקציה **קעורה כלפי מטה** $\cap$ בנקודה x_1.

אם בנקודה x_1 הנגזרת השנייה שלילית, אז הפונקציה **קעורה כלפי מטה** $\cap$ בנקודה זו.

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 3x + 8$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y=-x^4+4x^3-6x^2$

מצא נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y=\frac{4x-1}{x^2}$

מצא תחום הגדרה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

תרגיל

נתונה הפונקציה: $y=x\sqrt{x-3}$

מצא תחום הגדרה, נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ותחומי קעירות כלפי מטה

<u>תרגילים חקירת פונקציה רציונלית מבגרויות 3-4 יח"ל</u>

פונקציה רציונלית היא פונקציה שניתן לכתוב אותה כמנה של שתי פונקציות פולינום

(1)

נתונה הפונקציה f(x)=x+4+4/x

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

ה. קבע איזה מבין הגרפים I-III שלפניך הוא גרף הפונקציה f(x) . נמק את קביעתך

<u>חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי</u>

4. נתונה הפונקציה $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$.

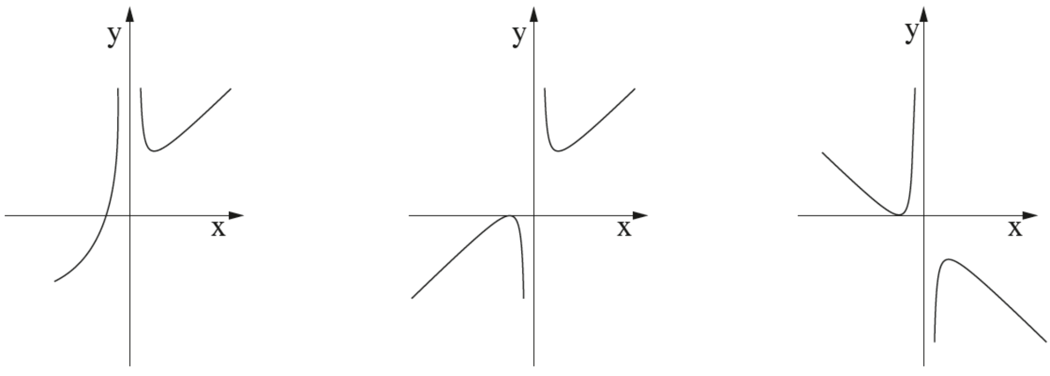
א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה־ x .

ה. קבע איזה מבין הגרפים I-III שלפניך הוא גרף הפונקציה f(x) . נמק את קביעתך.



III II I

(2)

נתונה הפונקציה f(x)=x+4/x^2

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

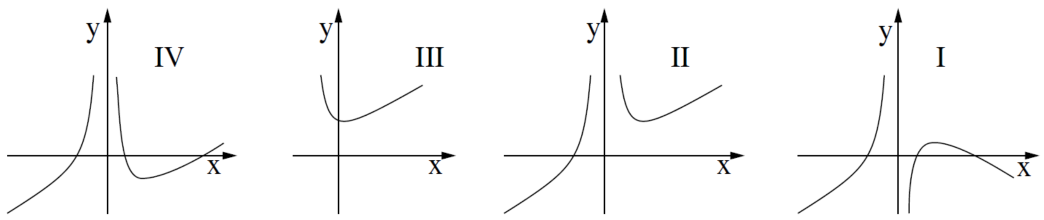
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מתאר את הפונקציה הנתונה? נמק.



(3)

נתונה הפונקציה f(x) –x-4/x ראה ציור.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2)מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן על פי הגרף .

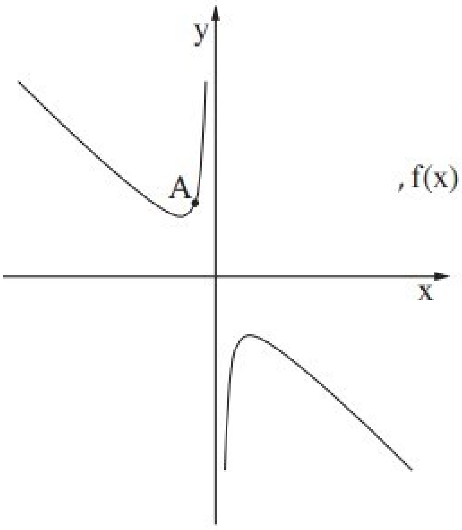
העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה x=1

ג (1) .מצא את שיפוע המשיק.

(2)מצא את משוואת המשיק.

נתונה הפונקציה $f(x) = -x - \frac{4}{x}$

(ראה ציור).



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן על פי הגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה

בנקודה A שבה $x = -1$.

ג. (1) מצא את שיפוע המשיק.

(2) מצא את משוואת המשיק.

(4)

נתונה הפונקציה f(x)=1/2-x/4-4/x (ראה ציור)

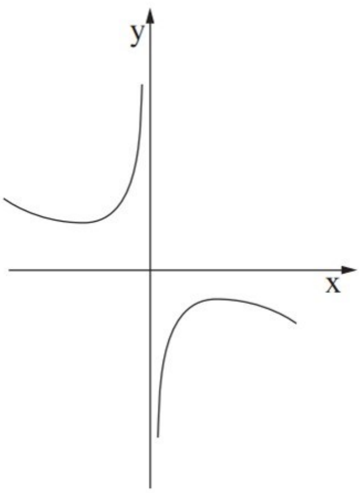
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה

(2) f(x)?מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה f(x)?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבע את סוגן.

ג. האם הנגזרת f'(x) חיובית בקודה שבה x=6?

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ (ראה ציור).



א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ג. האם הנגזרת $f'(x)$ חיובית בנקודה שבה $x = 6$?

נמק.

(5)

נתונה הפונקציה f(x)=2x+8/x בתחום x>0 (ראה ציור).

א. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה x=1.

(1)מצא את שיפוע המשיק בנקודה A.

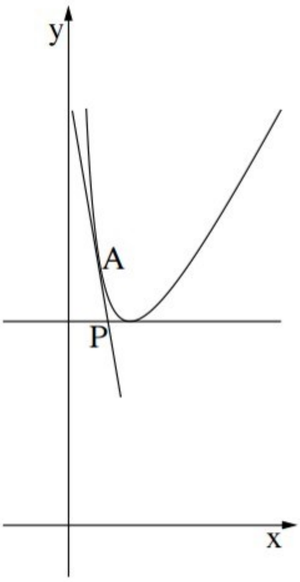
(2)מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של נקודת המינימום בתחום הנתון.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המינימום שלה.

(1)מצא את משוואת המשיק בנקודת המינימום של הפונקציה.

(2)המשיקים שאת משוואותיהם מצאת, נפגשים בנקודה P (ראה ציור). מצא את השיעורים של הנקודה P.



נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{8}{x}$ בתחום $x > 0$
(ראה ציור).

א. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 1$.

(1) מצא את שיפוע המשיק בנקודה A.

(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה בתחום הנתון.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המינימום שלה.

(1) מצא את משוואת המשיק בנקודת המינימום של הפונקציה.

(2) המשיקים שאת משוואותיהם מצאת, נפגשים בנקודה P (ראה ציור). מצא את השיעורים של הנקודה P.

(6)

נתונה הפונקציה f(x)=x/6+6/x+1

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העליה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

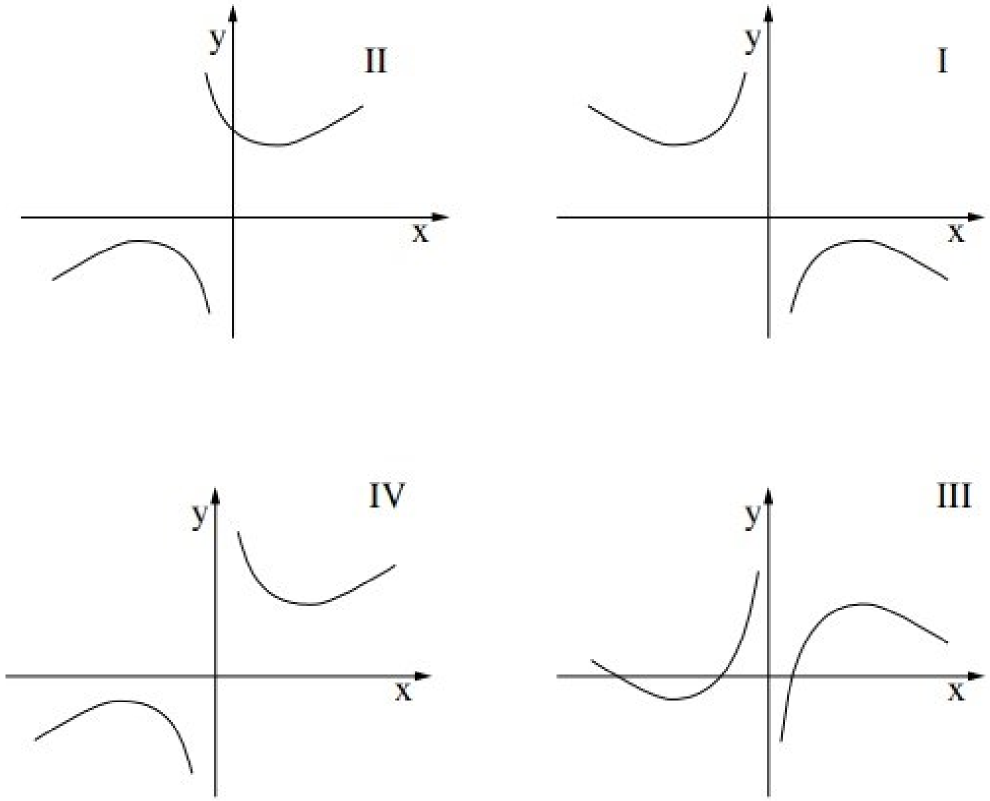
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{6}{x} + 1$.

א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. רשום את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ד. מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך, איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

אסימפטוטה אנכית ונקודת חור

תרגיל

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y=\frac{x-2}{x^2-6x+8}$

2. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה

3. מצא את נקודות ה"חור" בגרף הפונקציה (אם קיימים)

4. מצא אסימפטוטה אופקית לפונקציה.

5. שרטט

תרגיל

הפונקציה					
תחום הגדרה					
פונקציה מצומצמת					
אסימפטוטה אנכית של הפונקציה המצומצמת					
נקודת חור					
שרטוט					

אסימפטוטה אופקית חלק א'

הכרות עם הפונקציה $y=\frac{1}{x}$ בצד/ענף שמאלי ובצד/ענף ימני

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x)=\frac{1}{x}$						

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

הכרות עם הפונקציה $y=\frac{1}{x^n}$ כאשר n אי זוגי

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x)=\frac{1}{x^3}$						

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

<u>הכרות עם הפונקציה $y = \frac{1}{x^n}$ כאשר n זוגי</u>

1. תחום ההגדרה של הפונקציה:
2. הפונקציה זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?
3. בדקו את ערכי הפונקציה הבאים:

x	1	2	4	10	100	1000
$f(x) = \frac{1}{x^3}$						

4. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x חיובי הולך וגדל?
5. מה קורה לערכי הפונקציה כאשר x הולך ומתקרב לאפס מימין (שאיפה לאפס)?

<u>מסקנות</u>

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{a}{x^n} = 0$$

למשפחת הפונקציות: $y = \frac{1}{x^n}$ יש אסימפטוטה אופקית y=0 ואסימפטוטה אנכית x=0.

<u>אסימפטוטה אופקית חלק 2 הכרות ו"טריק"</u>

אסימפטוטה היא קו ישר המתקרב לגרף הפונקציה באופן כזה שהמרחק ביניהם שואף לאפס כאשר מתרחקים מראשית הצירים אל האינסוף.

יש שלושה סוגים של אסימפטוטות:

אסימפטוטה <u>אופקית</u>

אסימפטוטה <u>אנכית</u>

אסימפטוטה <u>משופעת</u>.

דוגמה:

נסתכל על הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$

נחקור את הפונקציה מה קורה בשאיפה לאינסוף ומינוס אינסוף

$\boldsymbol{x}$	1	2	10	100	1000
$\boldsymbol{f(x)}$					

$\boldsymbol{x}$	-1000	-100	-10	-2	-1
$\boldsymbol{f(x)}$					

הכללים למציאת אסימפטוטה אופקית לפונקציה רציונלית

נסתכל על x בעל החזקה הגדולה ביותר.

(1) אם הx הזה נמצא רק במכנה אז האסימפטוטה היא y=0 $y=\frac{ax^{n-1}+\cdots}{bx^n+\cdots}$

(2) אם ה-x במונה ובמכנה אז האסימטוטה היא המנה בין המקדמים שלהם. $y=\frac{ax^n+\cdots}{bx^n+\cdots}$

(3) אם ה-x רק במונה אז אין אסימפטוטה. $y=\frac{ax^n+\cdots}{bx^{n-1}+\cdots}$

טריק - הכללים אסימפטוטה אופקית

1. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר נמצא **במכנה** (מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה יותר קטן ממעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה) אז האסימטוטה היא y=0
2. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה **שווה** למעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה אז האסימפטוטה היא המנה של המקדמים ולכן הישר: $y=\frac{a}{b}$

כאשר a המקדם של x בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה, ו- b המקדם של הx בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה.

3. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר **במונה** יותר גדול ממעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה אז אין אסימפטוטה אופקית

תרגיל

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציות (לפי הטריק/כלל):

$$y=\frac{7x-3}{x^2+7x}$$

$$y=\frac{x^2+7x}{7x-3}$$

$$y=\frac{2x^2+7x}{x^2-3}$$

אסימפטוטה אופקית חלק 3 כתיב מתמטי גבול נסמך על הכרות עם משפחת הפונקציות $y=\frac{a}{x^n}$

מהסרטונים הקודמים על אסימפטוטה אופקית אנחנו יודעים ש...

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a}{x^n}=0$$

לכל פונקציה מהצורה $y=\frac{a}{x^n}$:

אסימפטוטה אופקית: y=0

אסימפטוטה אנכית: x=0

מציאת אסימפטוטה אופקית לפונקציה רציונלית

נסתמך על גבולות ידועים:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a}{x^n}=0$$

נתרגם את הרשום: הגבול $\lim$ של פונקציה כאשר x שואף לאינסוף $\lim_{x\to\infty} f(x)$

(1) נסתכל במונה ובמכנה ונזהה את הביטוי המכיל את החזקה הגבוהה ביותר של x.

(2) נחלק כל ביטוי במונה ובמכנה בביטוי המכיל את החזקה הגבוהה ביותר של x (x עם החזקה הגבוהה ביותר).

(3) כל ביטוי מהצורה: $\frac{a}{x^n}$ כאשר x שואף לאינסוף או מינוס אינסוף אז הביטוי שואף לאפס.

תרגיל

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציות (לפי גבול):

$$y = \frac{7x - 3}{x^2 + 7x}$$

$$y = \frac{x^2 + 7x}{7x - 3}$$

$$y = \frac{2x^2 + 7x}{x^2 - 3}$$