

תלמידים יקרים,

אני גאה להציג בפניכם חוברת זו, כחלק מהקורס במתמטיקה בנושא: **גאומטריה אנליטית – קו ישר ומעגל**.

חוברת זו מהווה חלק ממערך מקיף של חומרי לימוד, תרגול והכנה לקראת בחינות הבגרות במתמטיקה, הזמינים עבורכם באתר **OpenBook**.
באתר תוכלו ליהנות:

- **מקורסים אונליין** איכותיים וידידותיים, המאפשרים לכם ללמוד בקצב האישי שלכם, מכל מקום ובכל זמן.

הקורסים כוללים סרטוני הסברים עם פתרונות מלאים לבחינות הבגרות האחרונות, מותאמים ומעודכנים לתוכנית הלימודים החדשה.
אתם אף פעם לא לבד – אם לא הבנתם משהו בסרטון, תוכלו לשלוח אלינו הודעה ישירות בדף הסרטון באתר, ונשמח לעזור לכם!

- **ממרכז למידה** – בשיעורים מרחוק בזום, ובמפגשים פרונטליים.
החומרים שלנו מלווים בסרטוני הסברים מוקלטים, פתרונות מפורטים, ושלל אמצעי המחשה אינטראקטיביים, שנועדו להפוך את הלמידה שלכם לחוויה מהנה, יעילה ומעמיקה.

סימונים בחוברת:

✓ קיים פתרון מוקלט באתר – לחיצה על הסימן תוביל אתכם ישירות לדף הרלוונטי באתר.

מצאתם טעות או משהו לא ברור?

אנחנו כאן עבורכם במייל: info@OpenBook.co.il

בואטסאפ: [050-5350554](https://wa.me/050-5350554)

מאחלים לכם לימוד מהנה ומעשיר,
ובהצלחה רבה!

רית הלפנבאום

קורסים אונליין | OpenBook | מרכז למידה ריתמטיקה

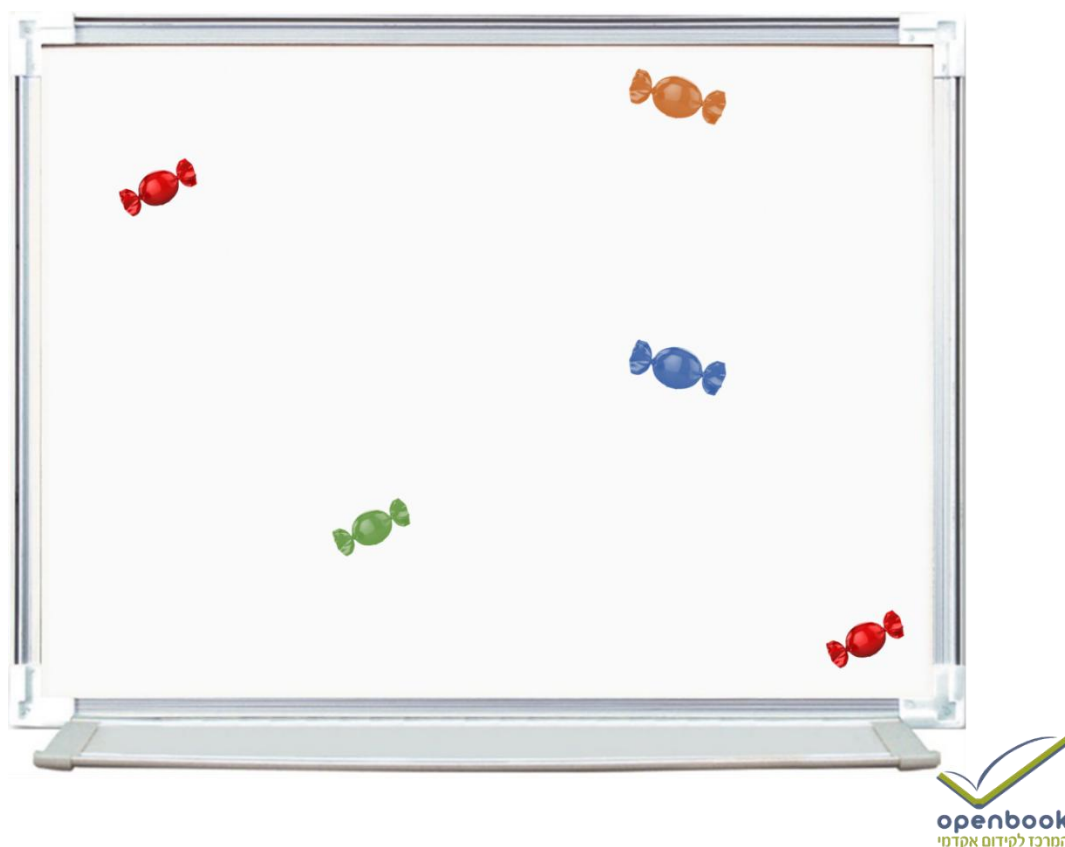
תוכן עניינים

5	התמצאות במערכת הצירים.....
9	תרגיל.....
10	שיפוע ✓.....
10	שיפוע של פונקציה קווית ✓.....
11	תרגיל ✓.....
12	משוואת ישר ✓.....
12	הישר ✓ הצגה מפורשת של הישר.....
12	סוגי ישרים לפי שיפועם: ✓.....
12	תרגיל ✓.....
12	תרגיל 1 ✓.....
13	תרגיל 2 ✓.....
13	תרגיל 3 ✓.....
14	תרגיל ✓.....
15	מציאת שיפוע קו ישר על פי שתי נקודות נתונות ✓.....
15	תרגיל ✓.....
15	תרגיל ✓.....
15	תרגיל ✓.....
16	יחסים בין ישרים ✓.....
16	כדי לזהות את המצב בין שני ישרים ✓.....
16	תרגיל נקודת חיתוך ✓.....
16	תרגיל ✓.....
16	דרכים למציאת משוואת קו ישר ✓.....
16	דרך (1) נתון שיפוע m ונקודה על הישר (x_1, y_1)
17	תרגיל ב2 הדרכים ✓.....
17	תרגיל ב2 הדרכים ✓.....
17	תרגיל ✓.....
17	תרגיל ישרים מקבילים ✓.....
17	תרגיל ישרים מקבילים ✓.....
17	תרגיל ישרים מקבילים ✓.....
18	דרכים למציאת משוואת קו ישר ✓.....
18	דרך (2) מציאת משוואת קו ישר העובר דרך שתי נקודות.....
18	תרגיל ✓.....
18	תרגיל ✓.....

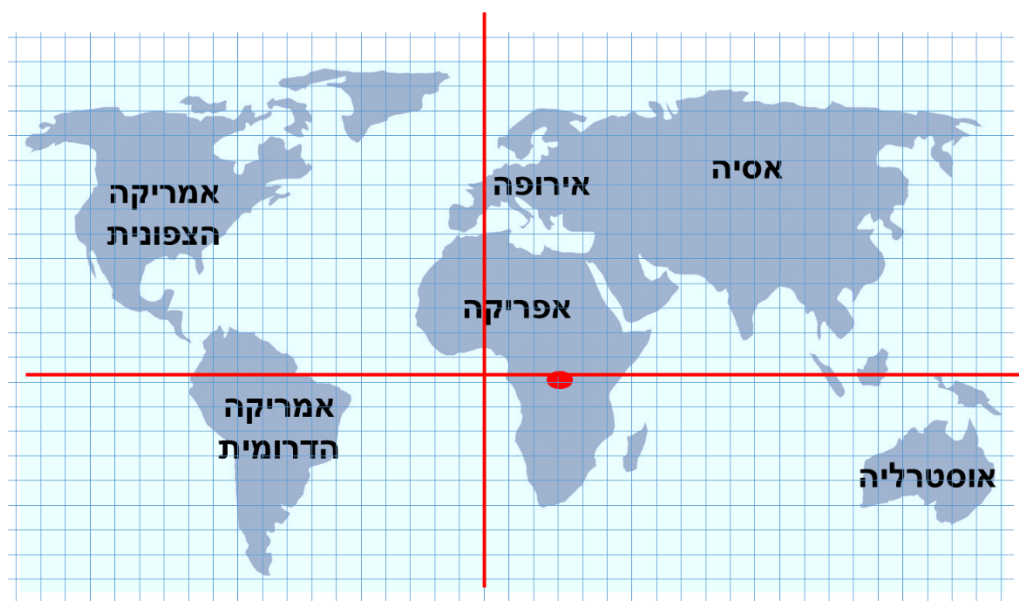
- 18 ✓ תרגיל
- 18 ✓ תרגיל
- 19 מציאת נקודה (x,y) השייכת לפונקציה
- 19 ✓ תרגיל
- 19 ✓ תרגיל
- 20 ✓ נקודות חיתוך עם הצירים
- 20 ✓ תרגיל
- 21 ✓ תרגיל
- 21 ✓ שרטוט קו ישר לפי נקודות החיתוך עם הצירים
- 21 ✓ תרגיל
- 21 ✓ תרגיל
- 21 ✓ תרגיל
- 22 ✓ תרגיל
- 22 ✓ תרגיל
- 22 ✓ תרגיל
- 23 ✓ מציאת נקודת חיתוך בין 2 ישרים
- 23 ✓ תרגיל
- 23 ✓ מרחק בין 2 נקודות
- 23 ✓ אורך קטע המונח על ציר ה- x
- 24 ✓ אורך קטע AB המקביל לציר ה- x
- 24 ✓ אורך קטע המונח על ציר ה- y
- 25 ✓ אורך קטע CD המקביל לציר ה- y
- 25 ✓ מרחק בין שתי נקודות - אורך קטע
- 25 ✓ תרגיל מרחק מהמאגר
- 25 ✓ תרגיל מרחק מהמאגר
- 26 ✓ אמצע של קטע
- 26 ✓ תרגיל
- 26 ✓ תרגיל
- 26 ✓ תרגיל מהמאגר אמצע של קטע
- 26 ✓ מציאת קצה קטע כאשר נקודת אמצע הקטע נתונה
- 27 ✓ ישרים מקבילים לצירים
- 27 ✓ ישרים מאונכים (ניצבות של ישרים)
- 28 ✓ תרגול ישרים מאונכים
- 28 ✓ משולש קהה זווית ושטחו
- 29 ✓ מקבילית

29	מלבן ✓
30	מעוין ✓
30	ריבוע ✓
31	טרפז ✓
31	סוגי טרפזים ✓
31	טרפז ישר זווית
31	טרפז שווה שוקיים ✓
32	מאגר – גאומטריה אנליטית
49	תשובות – מאגר - גאומטריה אנליטית
60	הקו הישר מתקדם
60	המשוואה הכללית של הישר ✓
60	משוואת הישר עפ"י הקטעים שהוא מקצה על הצירים ✓
60	חלוקת קטע ביחס נתון ✓
61	נקודת מפגש תיכונים – מרכז הכובד של המשולש ✓
62	ניצבות של ישרים משוואה מפורשת ✓
63	הזווית בין שני ישרים ✓
63	קביעת הסימן של טנגנס הזווית שבין הישרים
64	מרחק בין שני ישרים מקבילים ✓
65	קביעת הסימן למרחק בין שני ישרים מקבילים ✓
65	מרחק בין שני ישרים מקבילים ✓
67	מרחק בין נקודה לישר ✓
67	קביעת הסימן למרחק שבין נקודה לישר ✓
70	שטח משולש על פי קדקודיו ✓
71	גאומטריה אנליטית – מעגל ✓
73	מעגל קנוני ✓
73	מיקומה של נקודה ביחס למעגל ✓
73	מיקומה של נקודה ביחס למעגל
75	משוואת המשיק למעגל ✓
75	השלבים למציאת משוואת משיק למעגל בנקודה A ✓
80	משוואת מעגל לא מסודרת ✓
80	התנאים שמשוואה ממעלה שנייה מייצגת מעגל ✓
81	משוואת המשיק למעגל קנוני בנקודה שעליו ✓
82	משוואת המשיק למעגל כללי בנקודה שעליו ✓
82	משוואת הנורמל למעגל בנקודה שעליו ✓

✓ התמצאות במערכת הצירים



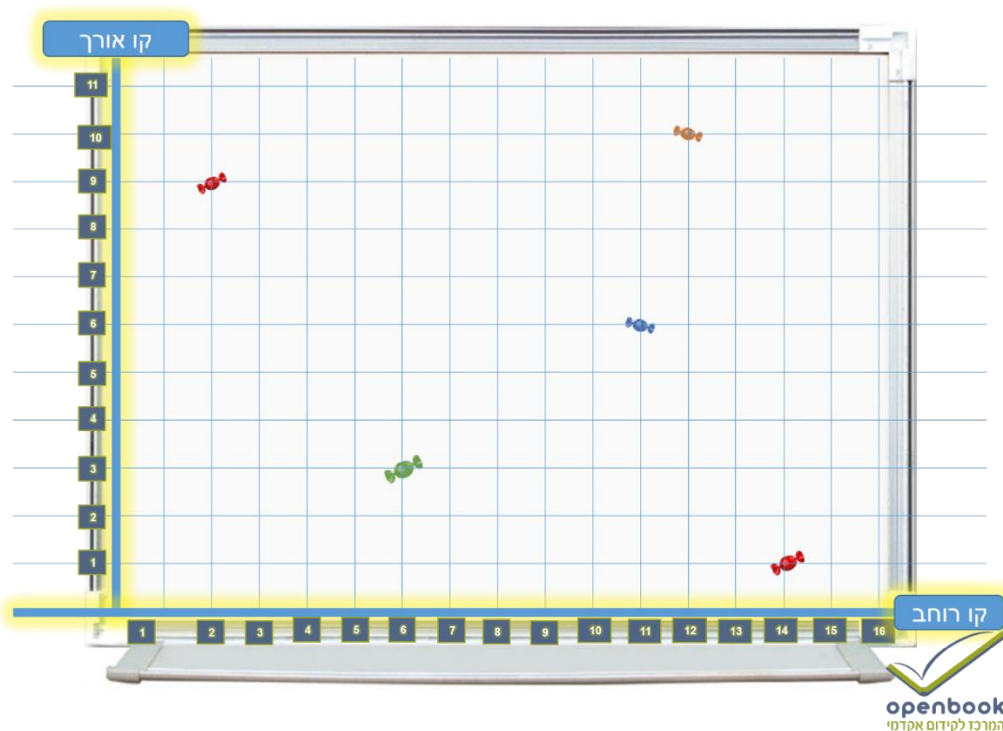
אנו מכירים משיעורי גיאוגרפיה ביסודי את רשת המעלות
אז איך נסביר היכן נמצאת הנקודה האדומה שבמפת יבשות כדור הארץ?
בכדי להקל עלינו במשימות כאלו, עומדת לרשותנו רשת הקואורדינטות (המעלות).



רשת הקואורדינטות (המעלות) בנויה מ- 360 קווי אורך ו- 180 קווי רוחב
בין קווי האורך נמצא את ציר "0°" קו זה נקרא גם בשם "קו גריניץ"

ובין קווי הרוחב נמצא את ציר "0" קו זה נקרא גם בשם קו המשווה

ניקח את זה למערכת צירים...

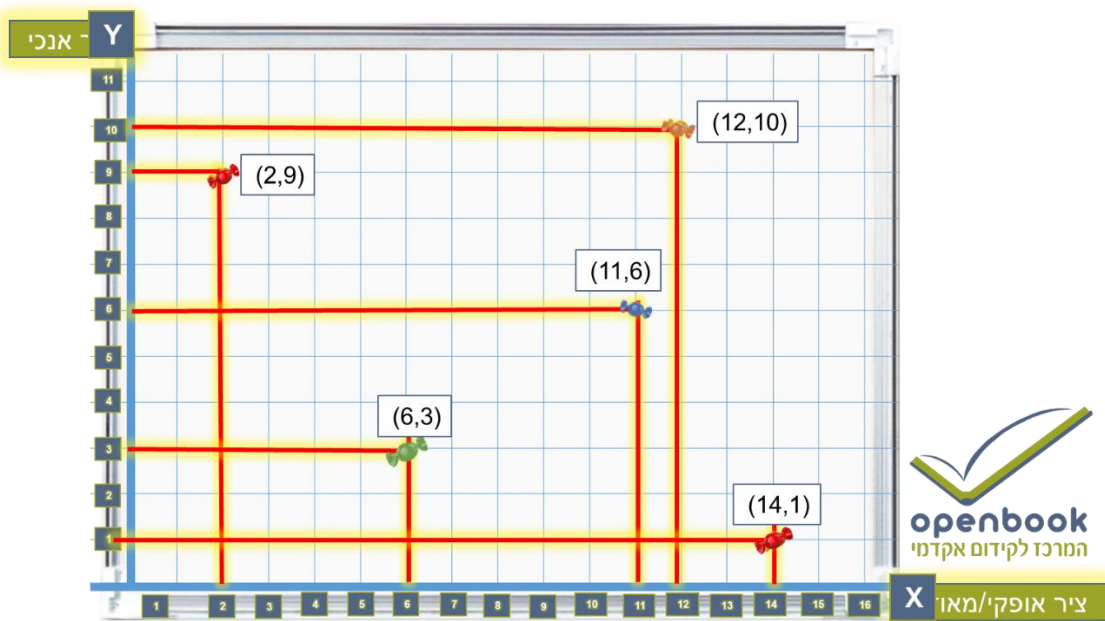


נחשב את המיקום של הסוכריות (נפעיל את ה-waze)

					
14	6	11	12	2	ציר אופקי/מאוזן X
1	3	6	10	9	ציר אנכי/מאונך Y

המתמטיקאים "עצלנים"...

במקום לרשום כל פעם ציר אופקי וציר אנכי, אנחנו קוראים לכל ציר באות (כן, עד כדי כך עצלנים..)



המתמטיקאים יותר "עצלנים" מזה...

הם מקצרים גם את זה...

במקום לרשום $x=2, y=9$

רושמים:

$(2,9)$

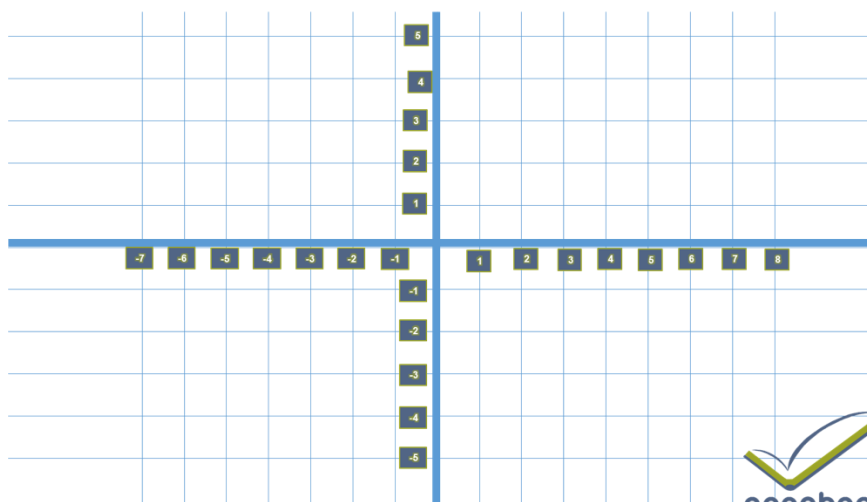
(x,y)

ציר ה-X מחולק ל-2 חלקים: צד ימין – סימן חיובי, צד שמאל – סימן שלילי

ציר ה-Y מחולק ל-2 חלקים: עליון – סימן חיובי, תחתון – סימן שלילי

ציר ה-X מחולק ל-2 חלקים: צד ימין – סימן חיובי, צד שמאל – סימן שלילי

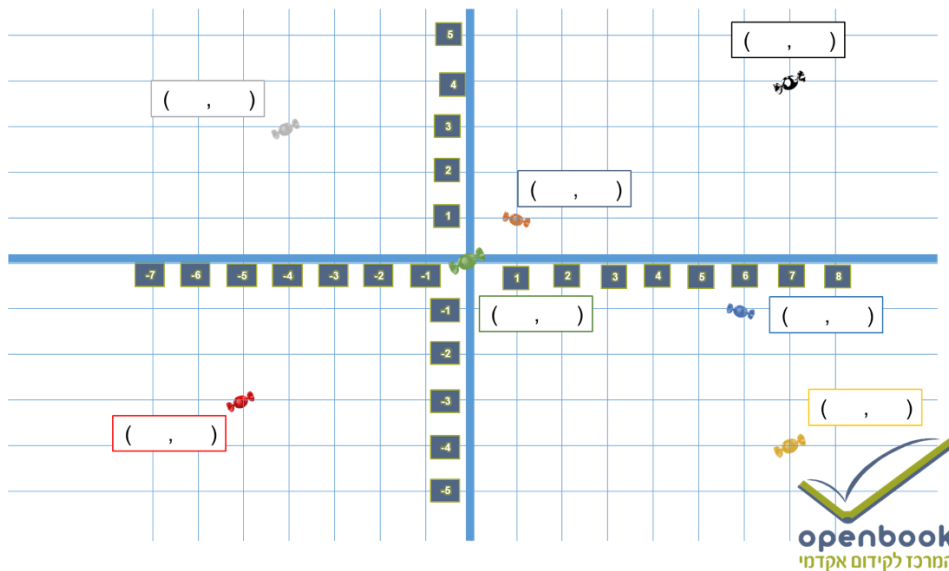
ציר ה-Y מחולק ל-2 חלקים: עליון – סימן חיובי, תחתון – סימן שלילי



לפניכם מערכת צירים, רשמו ליד כל סוכריה את הייצוג של הנקודה הנמצאת על גבי מערכת הצירים (x,y)

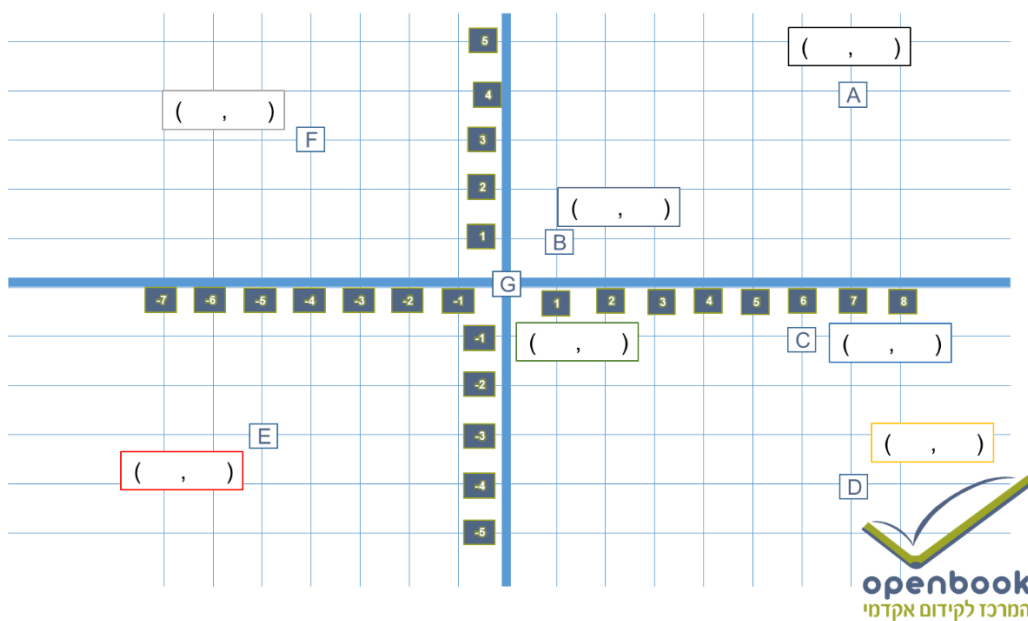


לפניכם מערכת צירים.
רשמו ליד כל סוכריה את הנקודה הנמצאת על גבי מערכת הצירים (x,y)



נקודות על מערכת צירים בד"כ מסמנים באותיות ולא בסוכריות
במקום הסוכריות רשמתי נקודות

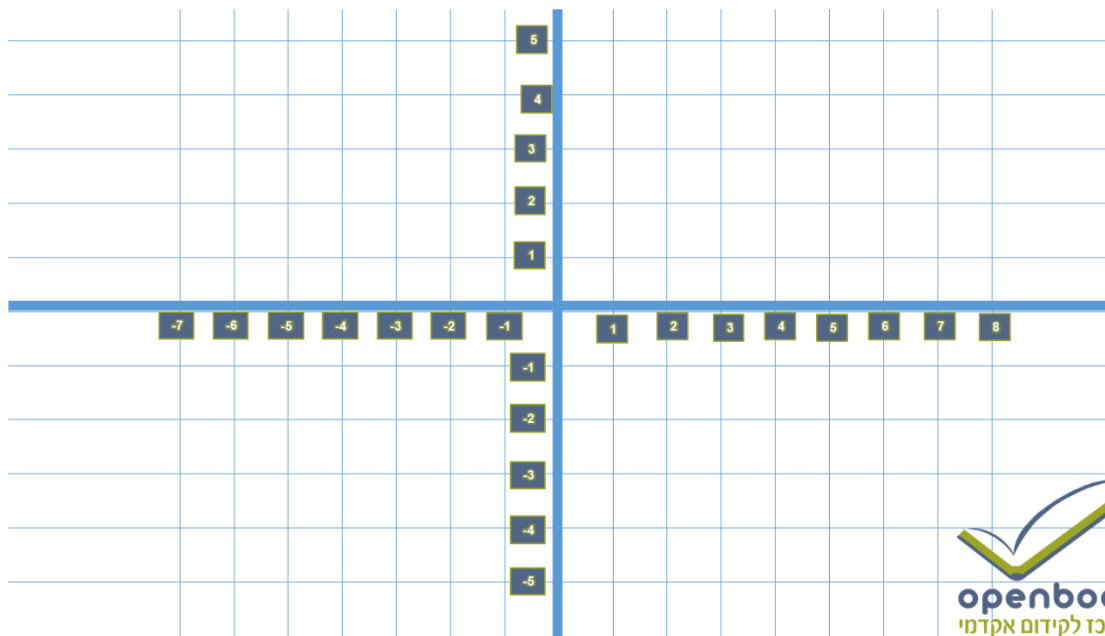
נקודות על מערכת צירים בד"כ מסמנים באותיות ולא בסוכריות
במקום הסוכריות רשמתי נקודות



לפניכם מערכת צירים

א. סמנו את הנקודות הבאות על גבי מערכת הצירים

$A(2,4)$, $B(7,1)$, $C(4,-1)$, $D(-8,2)$, $E(4,-4)$, $F(0,-1)$, $G(5,0)$, $H(0,0)$, $I(-2,-2)$



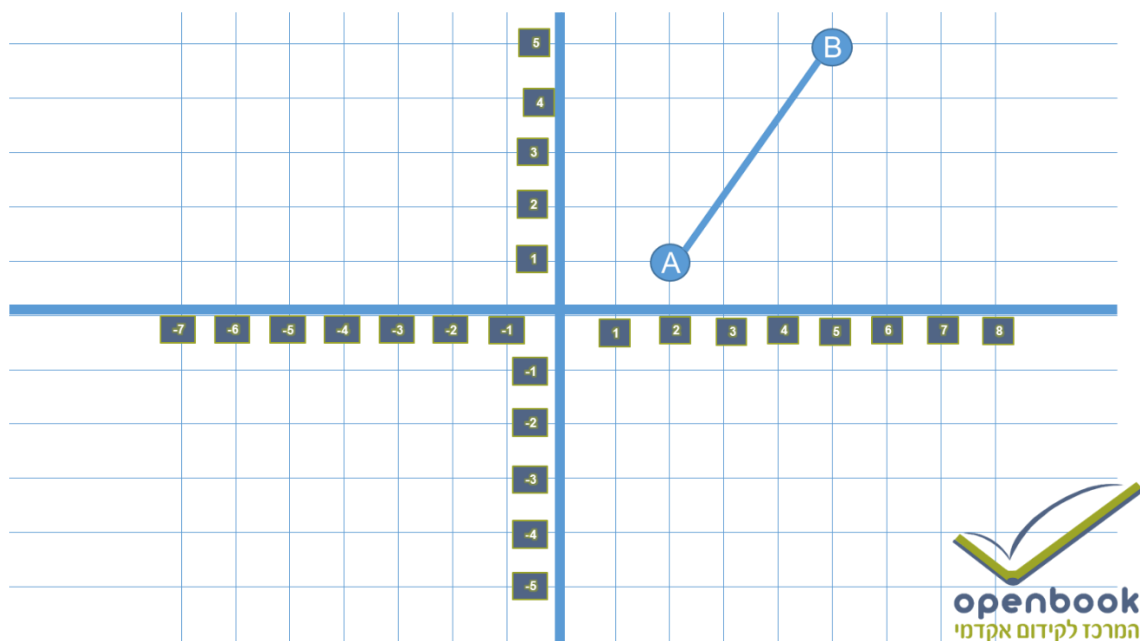
שיפוע

מנקודה לנקודה עובר קו ישר אחד.

מנקודה $A(2,1)$ לנקודה $B(5,5)$ עובר קו ישר. צייר אותו.

אם נשים את האצבע על נקודה A (הנקודה השמאלית) ונעביר קו לנקודה B (הנקודה הימנית)

נשים לב שעלינו משמאל לימין. ולכן השיפוע של הקו הוא חיובי.



שיפוע של פונקציה קווית

מהו השיפוע של שולחן הכתיבה שלכם?

אם היה לו שיפוע, והייתם מניחים עט/עפרון על השולחן, האם העט/עפרון נשאר על השולחן?



השולחן שלכם (לרוב) בעל שיפוע 0.



אם תרימו את השולחן מצדו הימני, השיפוע הוא חיובי.

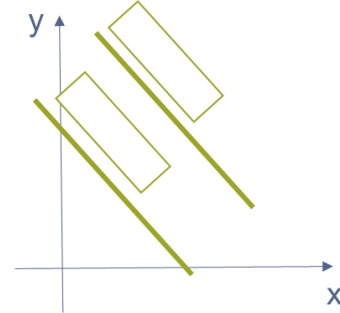
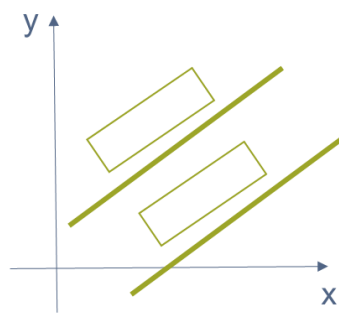
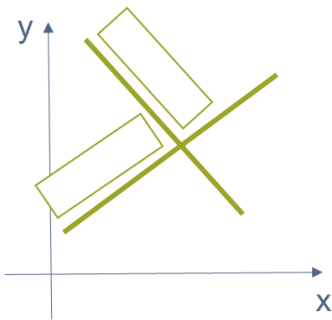


אם תרימו את השולחן מצדו השמאלי השיפוע הוא שלילי.

תרגיל ✓

השלם במלבן הלבן, עבור כל קו: עולה / יורד / לא עולה ולא יורד

השלם במלבן הלבן, עבור כל קו: עולה / יורד / לא עולה ולא יורד



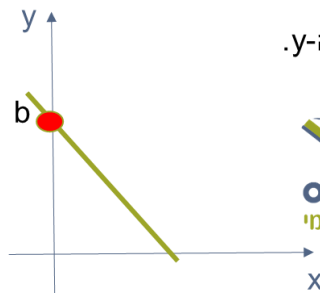
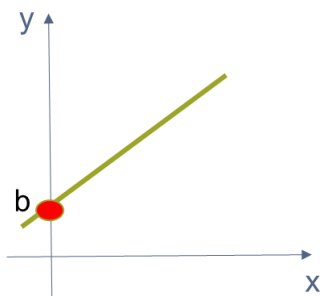
משוואת ישר

משוואת הקו הישר $y=mx+b$

משוואת הישר המפורשת היא מהצורה: $y=mx+b$. כאשר m - שיפוע הישר. b - נקודת חיתוך הישר עם ציר ה- y .

b - $(0, b)$ היא נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y .
 m - השיפוע של הישר.

משוואת הקו הישר $y=mx+b$



b היא נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y .
 m - השיפוע של הישר.



משוואת הקו הישר
 $y=mx+b$
 m - שיפוע,
 b - חיתוך עם ציר ה- y .

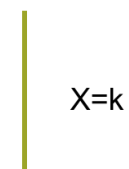
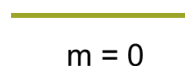
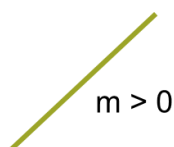
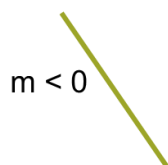
הישר הצגה מפורשת של הישר

משוואת הקו הישר היא מהצורה $y=mx+b$

אם נתון הישר: $3x+2y=6$

נביא אותו להצגה מפורשת: $y=-1.5x+3$

סוגי ישרים לפי שיפועם:



תרגיל

רשום ליד כל ישר את משוואת הקו הישר המתאימה לו

תרגיל 1

$$y=-2x+4$$

$$y=2x-2$$

✓ תרגיל 2

$$y=2x+1$$

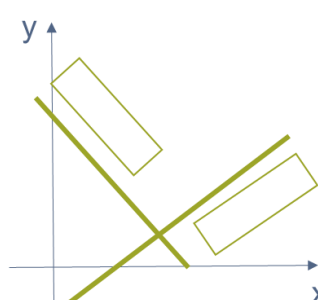
$$y=2x-2$$

✓ תרגיל 3

$$y=-5x+4$$

$$y=-5x+2$$

רשום ליד כל ישר את משוואת הקו הישר המתאימה לו



$$y=-2x+4$$

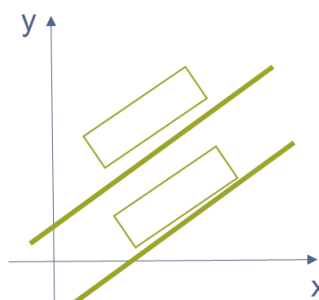
$$y=2x-2$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$



$$y=2x+1$$

$$y=2x-2$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

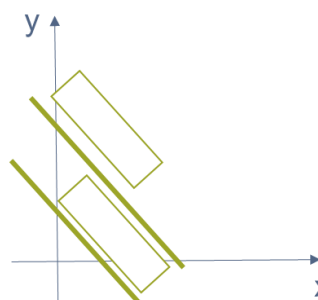
$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$

מסקנה:

לקווים מקבילים אותו m



$$y=-5x+4$$

$$y=-5x+2$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$m= \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b= \underline{\hspace{1cm}}$$

מסקנה:

לקווים מקבילים אותו m

הערה

אם אין מספר לפני x הוסף 1. דוגמאות:

$$y=x+3 \Rightarrow y=1x+3$$

$$Y=-x+4 \Rightarrow y=-1x+4$$

משוואת הקו הישר
 $y=mx+b$
-m שיפוע,
-b חיתוך עם ציר ה-y.

מסקנה:

לקווים מקבילים אותו m

תרגיל ✓

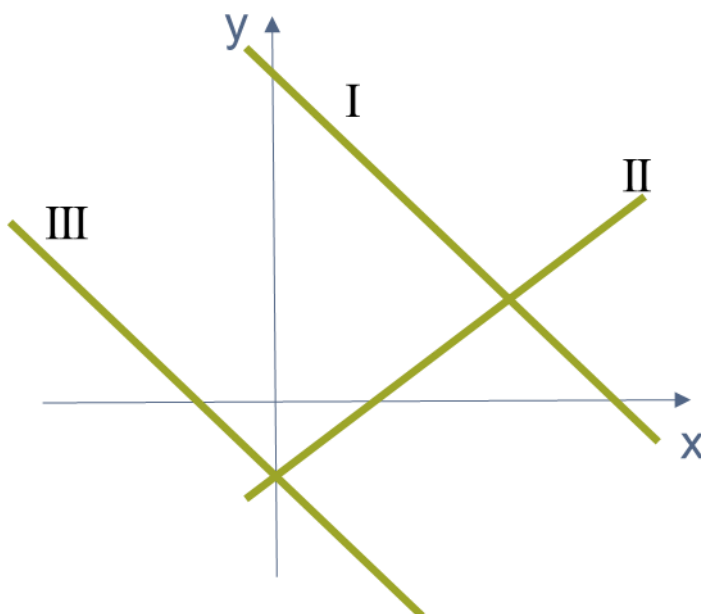
התאם כל אחת ממשוואות הישר הנתונות לישר אחד מבין הישרים בגרף.

נמק לפי m ו-b.

$$y = -x + 4$$

$$y = x - 3$$

$$y = -x - 3$$



✓ מציאת שיפוע קו ישר על פי שתי נקודות נתונות

בדף הנוסחאות נתונה הנוסחה למציאת שיפוע:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

✓ תרגיל

מצא את שיפוע הקו הישר העובר דרך 2 הנקודות $A(4,5)$ ו- $B(2,1)$.

✓ תרגיל

מצא את שיפוע הקו הישר העובר דרך 2 הנקודות $A(2,6)$ ו- $B(1,2)$.

✓ תרגיל

מציאת שיפוע קו ישר על פי שתי נקודות נתונות

מצא את שיפוע הקו הישר העובר דרך 2 הנקודות $A(1,6)$ ו- $B(3,2)$.

✓ יחסים בין ישרים

בין שני ישרים יתכנו שלושה מצבים :

א. חותכים זה את זה

ב. מקבילים זה לזה

ג. מתלכדים

✓ כדי לזהות את המצב בין שני ישרים

נציג אותם בצורתם המפורשת

$$\text{ישר א' } y = m_1x + b_1$$

$$\text{ישר ב' } y = m_2x + b_2$$

1. אם $m_1 = m_2$ וגם $b_1 = b_2$ אז הישרים מתלכדים (אחד על השני)

2. אם $m_1 = m_2$ וגם $b_1 \neq b_2$ אז הישרים מקבילים

3. אם $m_1 \neq m_2$ אז הישרים נחתכים. כדי למצוא את נקודת החיתוך נפתור את מערכת המשוואות (נשווה את הישרים כאשר הם מוצגים בהצגת המפורשת)

שני ישרים המאונכים זה לזה ששיפועיהם m_1 ו- m_2 הופכיים ונגדיים: $m_1 \cdot m_2 = -1$

ישרים מקבילים בעלי שיפועים שווים.

אנך הוא ישר המאונך (או: ניצב) לישר אחר באותו מישור, כלומר יוצר איתו זווית של 90 מעלות.

טריק לזכור: הופכי ונגדי. **הופכי** – הופכים את השבר **נגדי** – סימנים הפוכים

✓ תרגיל נקודת חיתוך

$$y = -x + 10$$

$$y = 3x + 6$$

✓ תרגיל

נתונות ארבע הנקודות: $D(4,1)$ $C(5,4)$ $B(1,3)$ $A(0,0)$

א. הוכח כי $AB \parallel CD$ [הוכח כי הישר AB מקביל (הסימן $\parallel$) לישר CD]

ב. הוכח כי $BC \parallel AD$

✓ דרכים למציאת משוואת קו ישר

דבר (1) נתון שיפוע m ונקודה על הישר (x_1, y_1)

יש 2 דרכים:

דרך 1: נציב בנוסחה הכללית של קו ישר $y = mx + b$ את הנתונים: m שיפוע ו- (x_1, y_1) נקודה

לדוגמה: מצא את משוואת הישר ששיפועו 2 והוא עובר בנקודה (1, 5)

דרך 2: הנוסחה למציאת משוואת ישר ששיפועו m ועובר דרך הנקודה (x_1, y_1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

תרגיל 2 הדרכים

נתון קו ישר. שיפוע הישר הוא 2. הישר עובר דרך הנקודה (1,3).

א. מצא את b .

ב. רשום את משוואת הקו הישר, כלומר הצב במשוואת הישר את m ו- b הידועים לך.

תרגיל 2 הדרכים

נתון קו ישר. שיפוע הישר הוא 3. הישר עובר דרך הנקודה (1,5).

א. מצא את b .

ב. רשום את משוואת הקו הישר, כלומר הצב במשוואת הישר את m ו- b הידועים לך.

תרגיל

נתון קו ישר. שיפוע הישר הוא -2. הישר עובר דרך הנקודה (3,1).

א. מצא את n .

ב. רשום את משוואת הקו הישר, כלומר הצב במשוואת הישר את m ו- n הידועים לך.

תרגיל ישרים מקבילים

נתון ישר א' שמשוואתו $y=2x+5$. ישר ב' מקביל לישר הנתון.

א. מה השיפוע של ישר ב'.

ב. ישר ב' עובר דרך הנקודה (-1,1). מצא את משוואת הישר המבוקש

תרגיל ישרים מקבילים

מצא את משוואת הישר המקביל לישר $y=-3x-4$ ועובר דרך ראשית הצירים (0,0)

תרגיל ישרים מקבילים

מצא את משוואת הישר העובר דרך ראשית הצירים (0,0) ומקביל לישר $y=-2x+5$

דרכים למציאת משוואת קו ישר

דרך (2) מציאת משוואת קו ישר העובר דרך שתי נקודות

קודם נמצא את השיפוע

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ולאחר מכן נציב בנוסחה למציאת משוואת ישר או ב $y=mx+b$

 תרגיל

מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי נקודות: $A(1,3)$ ו- $B(4,9)$

 תרגיל

מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי נקודות: $A(1,8)$ ו- $B(2,10)$

 תרגיל

מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי נקודות: $A(-1,3)$ ו- $B(0,1)$

 תרגיל

מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך שתי נקודות: $A(1,3)$ ו- $B(0,5)$

מציאת נקודה (x,y) השייכת לפונקציה

תרגיל

נתונה משוואת הישר $y = -2x + 6$.

א. מצא את הנקודה בה $x = 1$:

ב. מצא את הנקודה בה $y = 8$:

תרגיל

נתונה משוואת הישר $y = -x + 3$.

א. מצא את הנקודה בה $x = 0$:

ב. מצא את הנקודה בה $y = 0$:

נקודות חיתוך עם הצירים

נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא הנקודה בה הישר חותך/נפגש עם ציר y. עם ציר ה-y נציב במשוואת הישר $x=0$.

נקודת החיתוך עם ציר ה-x היא הנקודה בה הישר חותך/נפגש עם ציר x. עם ציר ה-x נציב במשוואת הישר $y=0$.

נקודת החיתוך עם ציר ה-y היא הנקודה בה הישר חותך/נפגש עם ציר y.
הנקודה $A(\quad , \quad)$ "יושבת" על ציר y.

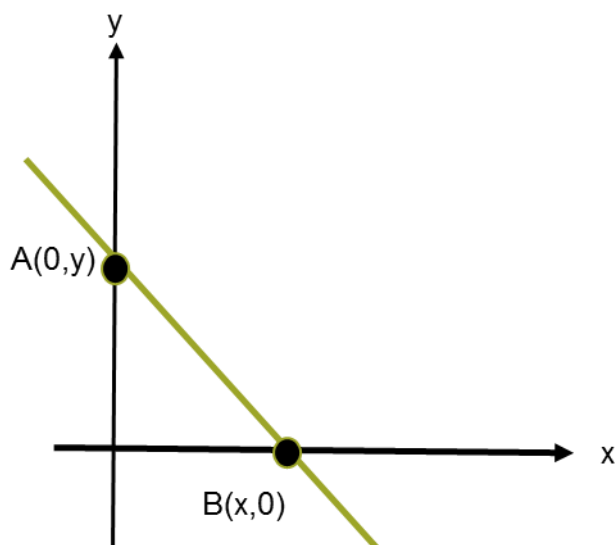
"נרד" על ציר ה-y לציר ה-x כדי לבדוק מה כתוב? בציר ה-x כתוב $x=0$

נקודה ה"יושבת" על ציר y, ערך ה-x הוא אפס $x=0$

נקודת החיתוך עם ציר ה-x היא הנקודה בה הישר חותך/נפגש עם ציר x.
הנקודה $B(\quad , \quad)$ "יושבת" על ציר x.

נלך לכיוון ציר ה-y (כשאנחנו על ציר ה-x) כדי לבדוק מה כתוב? בציר ה-y כתוב $y=0$

נקודה ה"יושבת" על ציר x, ערך ה-y הוא אפס $y=0$



תרגיל

נתונה משוואת הישר $y=-x+1$.

א. מצא את הנקודה בה $x=0$, נקודת החיתוך עם ציר ה-y

ב. מצא את הנקודה בה $y=0$, נקודת החיתוך עם ציר ה-x



תרגיל

מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = -x + 3$ עם הצירים.

שרטוט קו ישר לפי נקודות החיתוך עם הצירים

שלבי העבודה למציאת נקודות חיתוך עם הצירים:

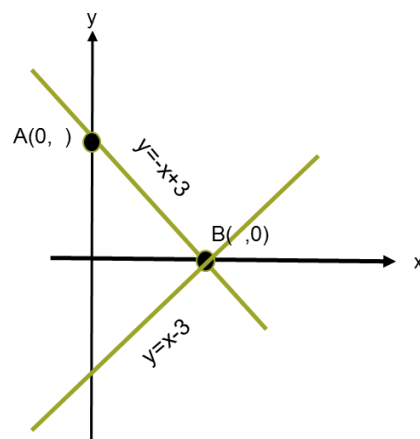
א. זהה על איזה ציר "יושבת" הנקודה.

ב. נקודה על ציר y $x=0 \Leftrightarrow (0, ?)$

נקודה על ציר x $y=0 \Leftrightarrow (?, 0)$

ג. הצב במשוואת הקו הישר למציאת הנקודה

תרגיל



תרגיל

נתון הישר $y = -x + 5$.

מצא את נקודות החיתוך של הישר עם הצירים, סמן אותן ומתח קו בין שתי הנקודות

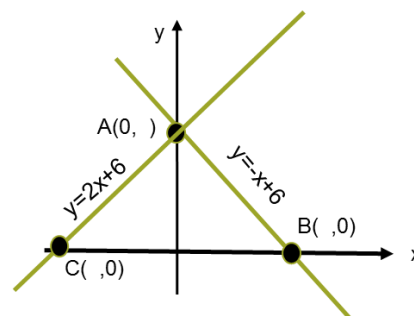
תרגיל

נתון הישר $y = 2x + 4$.

מצא את נקודות החיתוך של הישר עם הצירים, סמן אותן ומתח קו בין שתי הנקודות

תרגיל

מצא את נקודות החיתוך עם הצירים לישרים: $y=2x+6$, $y=-x+6$

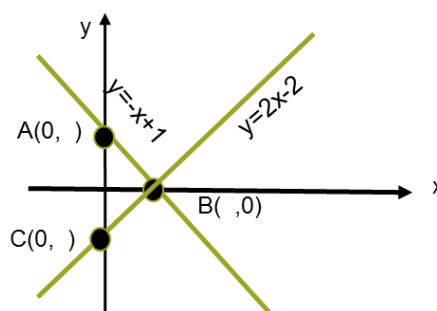


תרגיל

מצא את נקודות החיתוך עם הצירים לישרים:

$$y=-x+1$$

$$y=2x-2$$



תרגיל

א. התאם כל משוואת ישר לקו הישר המתאים במערכת הצירים.

$$y=-x+3$$

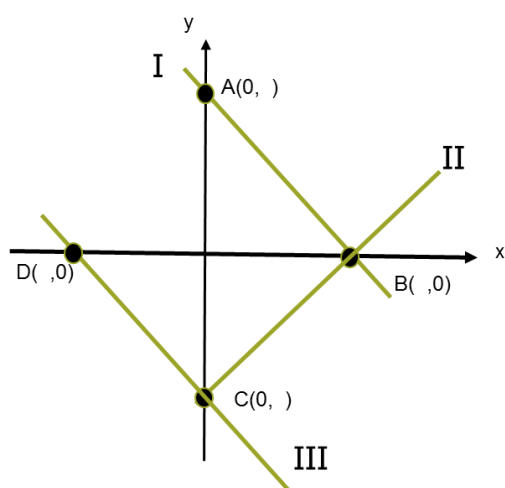
$$y=x-3$$

$$y=-x-3$$

ב. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D

ג. מצא את משוואת הישר AD .

ד. חשב את שטח המשולש AOB



✓ מציאת נקודת חיתוך בין 2 ישרים

נקודת החיתוך = הנקודה בה חותכים הישרים זה את זה.

נקודת חיתוך בין 2 ישרים: נקודת החיתוך = הנקודה בה חותכים הישרים זה את זה.

✓ תרגיל

הישר שמשוואתו $y=x+1$, והישר שמשוואתו $y = -\frac{1}{2}x + 4$ יוצרים עם ציר ה- x משולש ABC .

א. מצא את שיעורי הקדקודים A, B, C .

ב. מצא את המרחק בין שני קודקודי המשולש המונחים על ציר x .

ג. חשב את שטח המשולש ABC

✓ מרחק בין 2 נקודות

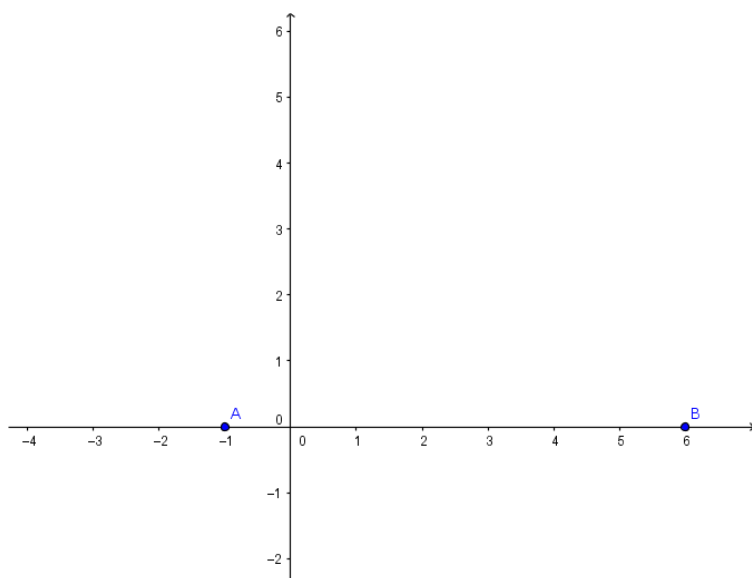
✓ אורך קטע המונח על ציר ה- x

כלל:

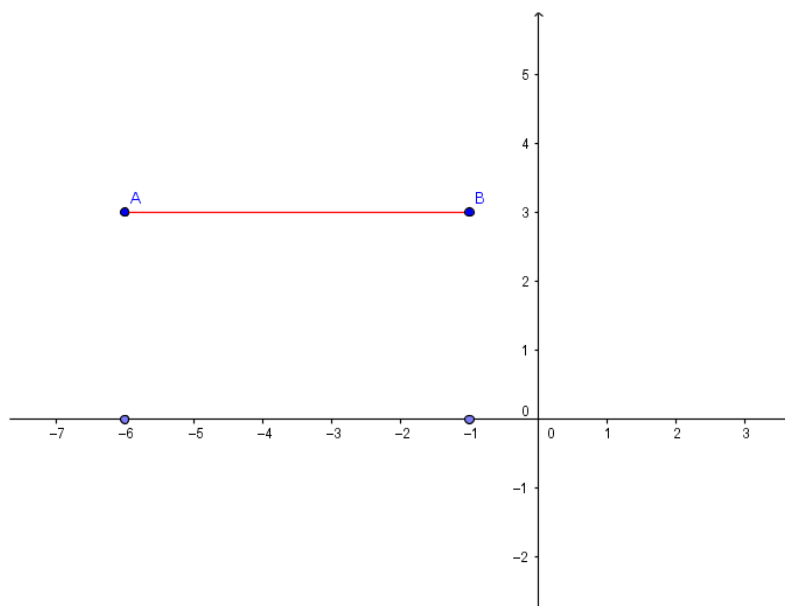
אורך קטע AB המונח על ציר ה- x הוא:

אם נקודה B נמצאת מימין לנקודה A :

$$AB = X_B - X_A$$



✓ אורך קטע AB המקביל לציר ה-x



אורך קטע AB המקביל לציר ה-x הוא:

אם נקודה B נמצאת מימין לנקודה A

$$AB = X_B - X_A$$

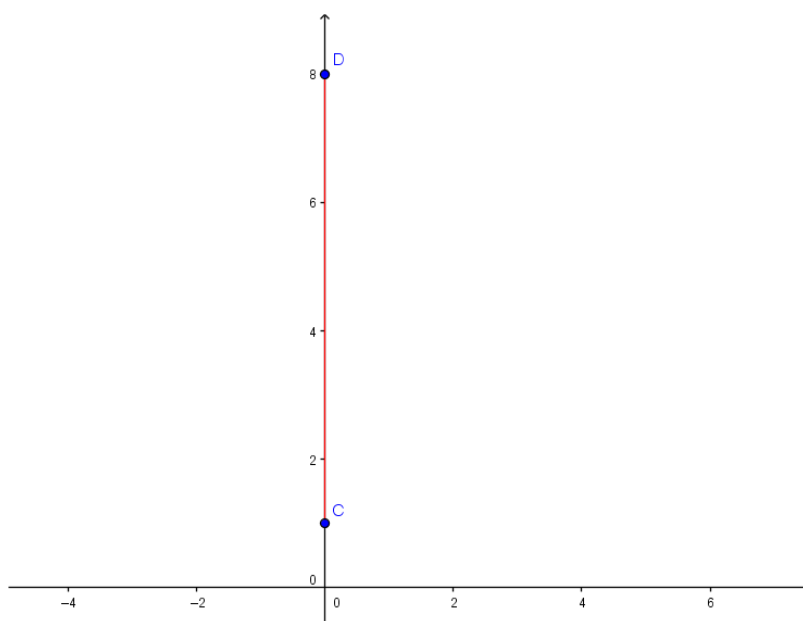
✓ אורך קטע המונח על ציר ה-y

כלל:

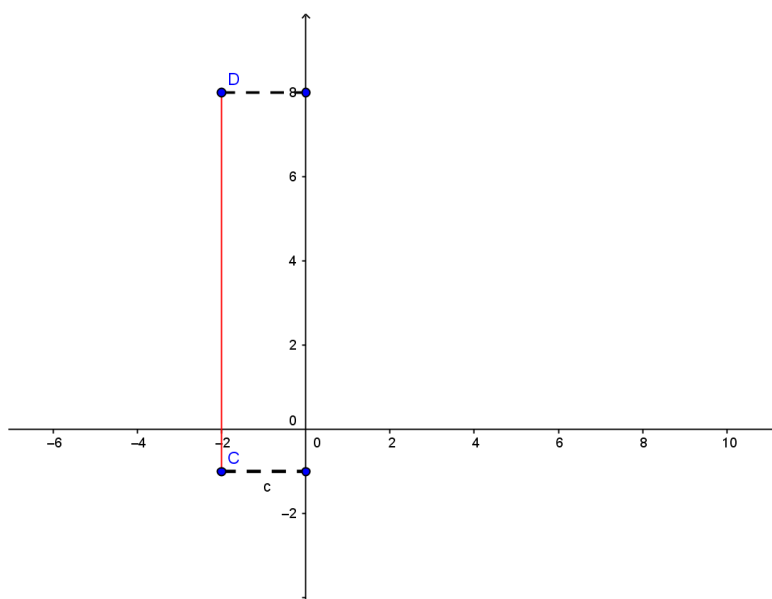
אורך קטע CD המונח על ציר ה-y הוא:

אם נקודה D נמצאת מעל הנקודה C:

$$CD = Y_D - Y_C$$



✓ אורך קטע CD המקביל לציר ה-y



אורך קטע CD המקביל לציר ה-y הוא:

אם נקודה D נמצאת מעל לנקודה C

$$CD = y_D - y_C$$

✓ מרחק בין שתי נקודות - אורך קטע

בדף הנוסחאות מופיעה נוסחה לאורך קטע או מרחק בין שתי נקודות

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

✓ תרגיל מרחק מהמאגר

- מצאו את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה B(0,8) ושיפועו -1.
- מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?
- סרטטו במערכת צירים את הישר.
- חשבו את שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים.

✓ תרגיל מרחק מהמאגר

קדקודי מרובע ABCD הם: A(2,0), B(1,7), C(8,6), D(7,-1).

- מצאו את משוואות הצלעות AB ו-CD.
- חשבו את אורכי האלכסונים של המרובע.

✓ אמצע של קטע

הסתכלו על הסרגל שלפניכם. סרגל שאורכו 20 ס"מ. מהו האמצע?

10 ס"מ – איך עשיתם את זה?

חיברתם את הקצוות וחילקתם ב-2 (ממוצע)



✓ תרגיל

$A(2,1)$ $B(8,5)$

נחשב את ממוצע שיעורי ה- y של קצות הקטע ואת ממוצע שיעורי ה- x של קצות הקטע.

✓ תרגיל

נחשב את ממוצע שיעורי ה- y של קצות הקטע ואת ממוצע שיעורי ה- x של קצות הקטע.

$A(4,-1)$, $B(-8,-5)$

✓ תרגיל מהמאגר אמצע של קטע

הוכח שהמربع ABCD שקדקודיו הם: $A(1,-2)$, $B(7,2)$, $C(3,4)$, $D(-3,0)$ הוא מקבילית.

✓ מציאת קצה קטע כאשר נקודת אמצע הקטע נתונה

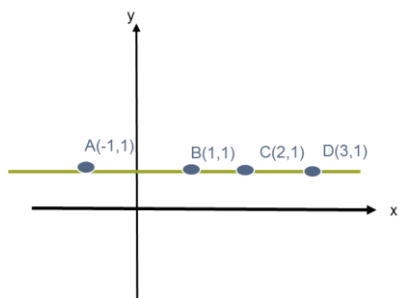
$A(2,1)$ $B(,)$

במציאת קצה, נקודת האמצע M נתונה, לכן נציב את הנתונים ב- x_M וב- y_M , הנעלם הוא נקודת הקצה (x_2, y_2)



ישרים מקבילים לצירים

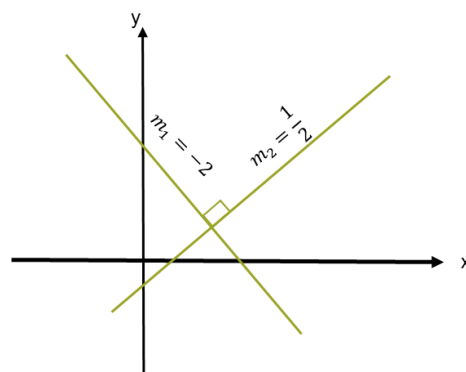
הישר מקביל לציר y , מאונך לציר x .
נסתכל על ערכי הנקודות על הישר.
נשים לב שכל הנקודות על הישר יש אותו שיעור x .
בכל הנקודות $x=4$, לכן נקרא לקו זה $x=4$.



הישר מקביל לציר x , מאונך לציר y .
נסתכל על ערכי הנקודות על הישר.
נשים לב שכל הנקודות על הישר יש אותו שיעור y .
בכל הנקודות $y=1$, לכן נקרא לקו זה $y=1$.

ישרים מאונכים (ניצבות של ישרים)

בדף הנוסחאות מופיעה נוסחה לישרים מאונכים: $m_1 \cdot m_2 = -1$
אנך הוא ישר המאונך (או: ניצב) לישר אחר באותו מישור, כלומר יוצר איתו זווית של 90 מעלות.



איך נוכיח שיש 90 מעלות בין שני ישרים?

נחשב את השיפוע של 2 הישרים ונכפול אותם. אם מתקבל: $m_1 \cdot m_2 = -1$
המסקנה: הישרים מאונכים.

איך נוכיח שהמשולש הוא ישר זווית?

נחשב את השיפוע של 3 הישרים, אם יש 2 ישרים שמכפלת שיפועיהם היא -1 ($m_1 \cdot m_2 = -1$)
המסקנה: הישרים מאונכים, והמשולש ישר זווית.

הופכי – מ-2 ל- $\frac{1}{2}$

נגדי – מסימן + לסימן -

טריק לזכור:

הופכי ונגדי

הופכי – הופכים את השבר

נגדי – סימנים הפוכים

תרגול ישרים מאונכים

נתרגל הופכי ונגדי: נתון שיפוע ישר 1 המאונך לישר 2. מצא את שיפוע ישר 2.
מצא את השיפועים של הישר המאונך לישר הנתון

$$m_1 = \frac{1}{2}$$

$$m_1 = 4$$

$$m_1 = \frac{1}{8}$$

$$m_1 = 3$$

$$m_1 = -\frac{1}{4}$$

$$m_1 = \frac{9}{8}$$

$$m_1 = -\frac{2}{7}$$

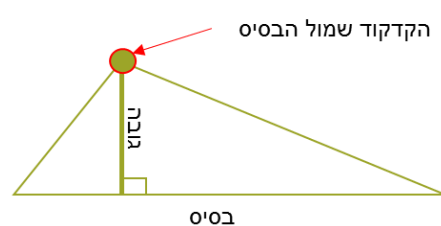
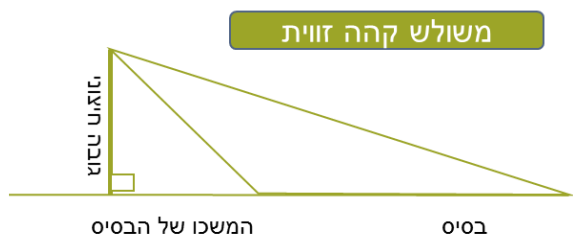
$$m_1 = \frac{3}{4}$$

$$m_1 = -2$$

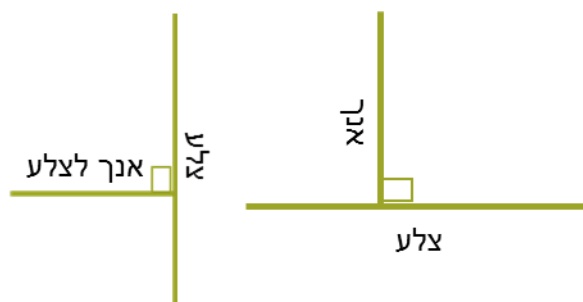
$$m_1 = \frac{5}{2}$$

משולש קהה זווית ושטחו

גובה במשולש הוא קו היורד ב- 90° אל הבסיס (או אל המשכו) מהקדקוד שמול הבסיס



אנך לצלע הוא קו היורד ב- 90° אל הצלע



✓ מקבילית

כדי שמרובע יהיה מקבילית, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. כל שתי צלעות נגדיות – מקבילות (לישרים מקבילים אותו שיפוע m)
2. כל שתי צלעות נגדיות-שוות זו לזו
3. כל שתי זוויות נגדיות-שוות זו לזו
4. כל שתי זוויות סמוכות-סכומן 180 מעלות
5. האלכסונים חוצים זה את זה

יש במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות גם שוות

איך נוכיח כי המרובע $ABCD$ הוא מקבילית?

$$m_{AB} = m_{DC}$$

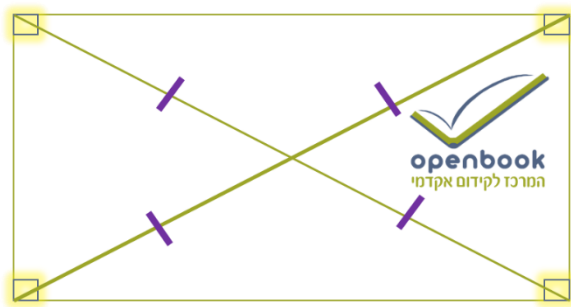
$$m_{AD} = m_{BC}$$

✓ מלבן

מקבילית שאחת מזוויותיה ישרה

✓ במלבן כל הזוויות ישרות

✓ במלבן האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה



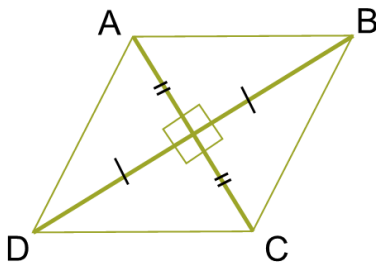
כדי שמרובע יהיה מלבן, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. מרובע שכל זוויותיו ישרות. (למעשה די בשלוש זוויות ישרות).
2. מקבילית שאחת מזוויותיה ישרה.
3. מקבילית שאלכסוניה שווים

שטח מלבן :

מכפלת צלעות סמוכות

מעוין



מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות זו לזו

✓ במעוין כל הצלעות שוות

✓ במעוין כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו

✓ במעוין סכומן של כל שתי זוויות סמוכות הוא 180°

✓ במעין האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.

כדי שמרובע יהיה מעוין, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. מרובע שכל צלעותיו שוות. $d_{AB} = d_{BC} = d_{CD} = d_{AD}$

2. מקבילית ששתי צלעותיה הסמוכות שוות.

3. מקבילית שאלכסוניה מאונכים.

4. מקבילית שבה אלכסון אחד חוצה זווית אחת.

שטח מעוין: מחצית מכפלת האלכסונים: $S_{\text{מעוין}} = \frac{AC \cdot BD}{2}$

ריבוע



מלבן ששתיים מצלעותיו הסמוכות שוות

מעוין שאחת מזוויותיו ישרות

✓ בריבוע כל הזוויות שוות

✓ בריבוע כל הצלעות שוות

✓ בריבוע האלכסונים: חוצים זה את זה ושווים זה לזה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע

כדי שמרובע יהיה ריבוע, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. מרובע שכל צלעותיו וזוויותיו שוות.

2. מלבן שאלכסוניו מאונכים זה לזה, או שאחד מאלכסוניו חוצה זווית אחת.

3. מעוין שאלכסוניו שווים זה לזה.

4. מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה, שווים זה לזה, ומאונכים זה לזה.

5. מקבילית שאלכסוניו מאונכים זה לזה ושווים זה לזה.

✓ טרפז

מרובע שבו רק שתיים מן הצלעות הנגדיות הן מקבילות
✓ סכום שתי הזוויות שליד כל שוק בטרפז הוא 180°

כדי שמרובע יהיה טרפז, עליו לקיים את התנאי הבא:
רק שתיים מן הצלעות הנגדיות הן מקבילות



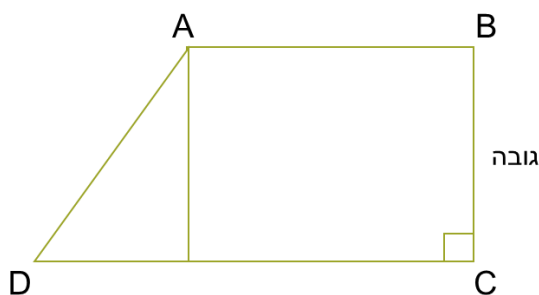
שטח טרפז: מחצית מכפלת הגובה בסכום הבסיסים: $S_{\text{טרפז}} = \frac{(AB+CD)h}{2}$

✓ סוגי טרפזים

טרפז ישר זווית

טרפז שבו זווית אחת ישרה

כדי שמרובע יהיה טרפז ישר זווית, עליו לקיים את התנאי הבא:
כדי לקבוע שמרובע הוא טרפז ישר זווית, נוכיח:
במרובע זה רק שתיים מן הצלעות הנגדיות הן מקבילות, וזווית אחת בו ישרה.



שטח טרפז: מחצית מכפלת הגובה בסכום הבסיסים: $S_{\text{טרפז}} = \frac{(AB+CD)h}{2}$

✓ טרפז שווה שוקיים

טרפז שבו שוקיו שוות זו לזו

✓ זוויות הבסיס שוות

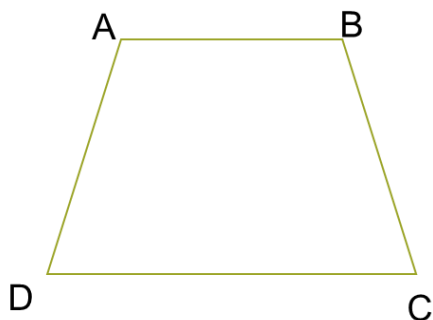
✓ סכום שתי הזוויות ליד כל שוק שווה ל- 180°

✓ סכום כל שתי זוויות נגדיות שווה ל- 180°

✓ האלכסונים שווים זה לזה

✓ האלכסונים חותכים זה את זה

✓ כאשר מורידים בטרפז שווה שוקיים גבהים מקצוות הבסיס העליון, מתקבלים שני משולשים חופפים ומלבן.



כדי שמרובע יהיה טרפז שווה שוקיים, עליו לקיים אחד מהתנאים הבאים:

1. טרפז ששוקיו שוות
2. טרפז שזוויות הבסיס שלו שוות
3. טרפז שאלכסוניו שווים

מאגר – גאומטריה אנליטית

(1) ✓

- א. רשמו את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה $(5,7)$ ומקביל לישר $y = -2x + 3$
- ב. רשמו את שיעורי נקודה נוספת (מלבד הנקודה $(5,7)$), הנמצאת על הישר שמצאתם בסעיף א.
- פתרון:** (א) $y = -2x + 17$ (ב) למשל: $(0,17)$

(2) ✓

- א. מצאו את משוואת הישר, העובר דרך הנקודה $B(0,8)$ ושיפועו -1 .
- ב. מה הן נקודות החיתוך של הישר עם הצירים?
- ג. סרטטו במערכת צירים את הישר.
- ד. חשבו את שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים.

(3) ✓

- קדקודי מרובע ABCD הם: $A(2,0)$, $B(1,7)$, $C(8,6)$, $D(7,-1)$.
- א. מצאו את משוואות הצלעות AB ו-CD.
- ב. חשבו את אורכי האלכסונים של המרובע.

(4) ✓

- קדקודי מרובע ABCD הם: $A(0,0)$, $B(1,3)$, $C(5,4)$, $D(4,1)$.
- הראו שהמרובע הוא מקבילית.

פתרון: $m_{AB} = m_{CD} = 3$ $m_{AD} = m_{BC} = \frac{1}{4}$

(5) ✓

- קדקודי מרובע ABCD הם: $A(8,6)$, $B(12,4)$, $C(11,1)$, $D(5,4)$.
- א. הוכיחו כי $AB \parallel CD$
- ב. האם המרובע ABCD הוא מקבילית? נמקו.

פתרון: (א) $m_{AB} = m_{CD} = -\frac{1}{2}$ (ב) לא, כי AC אינו מקביל ל- BD.

(6) ✓

- הצלעות של מלבן ABCD מקבילות לצירים. נתונים הקדקודים: $A(8,10)$, $C(13,22)$.
- א. רשמו את שיעורי הקדקודים B ו-D.
- ב. חשבו את שטח המלבן.

פתרון: (א) $(13,10)$, $(8,22)$ (ב) 60

✓ (7)

לפניכם סרטוט של שני ישרים II, I.

נתונות שלוש משוואות, (1), (2) ו-(3):

$$(1) y=x+2 \quad (2) y=-2x+8 \quad (3) y=2x+8$$

א. לכל אחד מן הישרים II, I, מצאו את המשוואה המתאימה מבין המשוואות (1), (2) ו-(3).

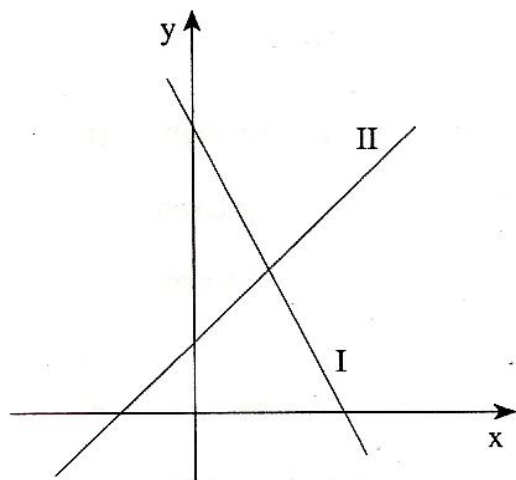
נמקו את תשובתכם.

ב. מצאו את משוואת הישר, העובר דרך ראשית הצירים (0,0) ומקביל לישר I.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הישרים II, I.

פתרון: (א) I מתאים ל-(2), II מתאים ל-(1) (ב) $y = -2x$

(ג) (2, 4)



✓ (8)

לפניכם סרטוט של שלושה ישרים III, II, I.

נתונות שלוש משוואות, (1), (2) ו-(3):

$$(1) y=-x+2 \quad (2) y=x+2 \quad (3) y=-x-2$$

א. התאימו כל אחת מן המשוואות (1), (2) ו-(3) לישר אחד מבין הישרים III, II, I.

נמקו את תשובתכם.

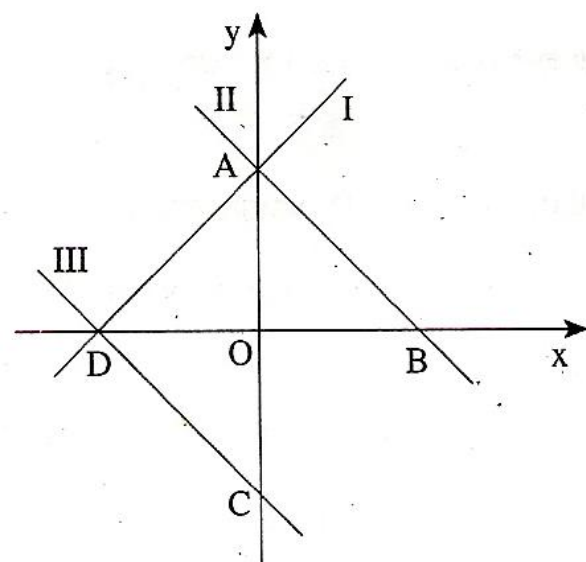
ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D המסומנות בסרטוט.

ג. מצאו את משוואת הישר BC.

ד. מצאו את שטח המשולש AOB.

פתרון: (א) I מתאים ל-(2), II מתאים ל-(1), III מתאים ל-(3)

(ב) $A(0, 2)$ $B(2, 0)$ $C(0, -2)$ $D(-2, 0)$ (ג) $y = x - 2$ (ד) 2



✓ (9)

נתונות משוואות של שני ישרים: $y=4x+2$, $y=-2x+17$ הישרים נחתכים בנקודה M.

א. מצאו את שיעורי הנקודה M.

ב. האם הישר, שמשוואתו $y=2x+7$ עובר דרך הנקודה M? נמקו.

ג. חשבו את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

פתרון: (א) $M(2.5, 12)$ (ב) כן, כי $2 \cdot 2.5 + 7 = 12$ (ג) 12.258



(10)

קדקודי משולש ABC הם: $A(0,2)$, $B(2,5)$, $C(5,0)$. מצאו את משוואת התיכון לצלע AC



(11)

במשולש ABC נקודה D היא אמצע הצלע AB.

א. נתון: $D(-1,2)$, $A(3,8)$. מצאו את שיעורי הקדקוד B.

ב. נתון גם: $C(7,3)$. מצאו את המשוואות של הצלעות AB ו- AC.

ג. האם המשולש ABC הוא שווה שוקיים? נמק.

פתרון: (א) $B(-5,-4)$ (ב) $AB: y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$, $AC: y = -\frac{5}{4}x + \frac{47}{4}$ (ג) לא



(12)

הצלעות של מלבן ABCD מקבילות לצירים. M היא נקודת המפגש של אלכסוני המלבן, AC ו- BD.

נתון: $B(9,12)$, $M(6,8)$

א. מצאו את שיעורי קדקוד D.

ב. רשמו את שיעורי הקדקודים A ו- C.

ג. חשבו את שטח המלבן.

פתרון: (א) $D(3,4)$ (ב) $(3,12)$, $(9,4)$ (ג) 48



(13)

במקבילית ABCD נתונים הקדקודים: $A(1,1)$, $B(6,2)$, $D(0,3)$.

א. מצאו את נקודת הפגישה של אלכסוני המקבילית.

ב. חשבו את שיעורי הקדקוד C.

ג. מצאו את משוואות האלכסונים.

ד. האם מרובע ABCD הוא מעוין?

פתרון: (א) $(3, 2.5)$ (ב) $C(5,4)$ (ג) $y = -\frac{1}{6}x + 3$, $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (ד) לא



(14)

קדקודי משולש ABC הם: $A(0,0)$, $B(2,5)$, $C(8,2)$.

דרך נקודה B עובר ישר, המקביל לציר ה- y וחותר את הצלע AC בנקודה E.

א. מצאו את משוואת הישר AC.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E.

ג. מצאו את אורך הקטע BE ואת שטח המשולש ABE

פתרון: (א) $y = \frac{1}{4}x$ (ב) $E\left(2, \frac{1}{2}\right)$ (ג) $BE = 4.5$, $S_{\triangle ABE} = 4.5$



(15)

קדקודי מרובע ABCD הם: $A(3,2)$, $B(2,9)$, $C(7,14)$, $D(8,7)$.

הוכיחו כי המרובע הוא מעוין.

פתרון: כל הצלעות אורכן $\sqrt{50}$



(16)

הישר BE מקביל לציר ה-y. שיעורי נקודה B הם $(3,-3)$.

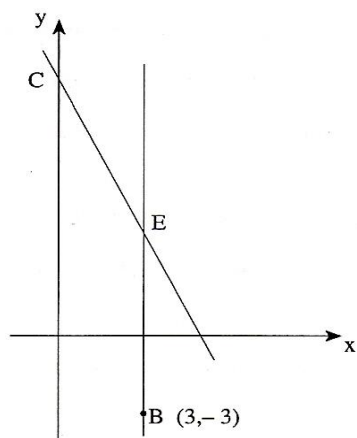
דרך נקודה E עובר ישר CE, שמשוואתו: $y = -2x + 10$,

והוא חותך את ציר ה-y בנקודה C (ראו סרטוט).

א. חשבו את שיעורי הנקודה E.

ב. חשבו את אורך הקטע BE.

ג. חשבו את אורך הקטע CE.



פתרון: (א) $E(3,4)$ (ב) 7 (ג) $\sqrt{45}$ (ד) $y = -\frac{19}{6}x + 10$ (ה)

15



(17)

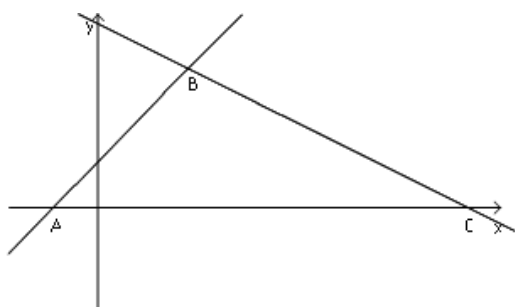
הישר שמשוואתו $y = x + 1$, והישר שמשוואתו $y = -\frac{1}{2}x + 4$

יוצרים עם ציר ה-x את המשולש ABC.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים A, B, ו-C.

ב. מצאו את המרחק בין שני קדקודי המשולש המונחים על ציר x.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.



פתרון: (א) $A(-1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(8, 0)$ (ב) 9 יח' (ג) 13.5 יח"ש



(18)

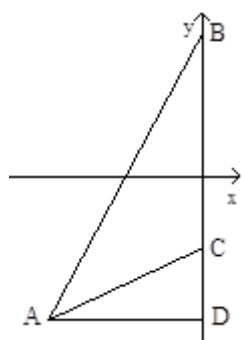
נתונות ארבע נקודות במישור:

$D(0,-4)$, $C(0,-2)$, $B(0,4)$, $A(-4,-4)$

א. חשבו את שטח המשולש ACD.

ב. חשבו את שטח המשולש ABD.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.



פתרון: (א) 4 יח"ש (ב) 16 יח"ש (ג) 12 יח"ש



(19)

הישר שמשוואתו $y=2x+4$, והישר שמשוואתו $y = \frac{1}{2}x - 2$

יוצרים עם ציר ה- y את המשולש GHI.

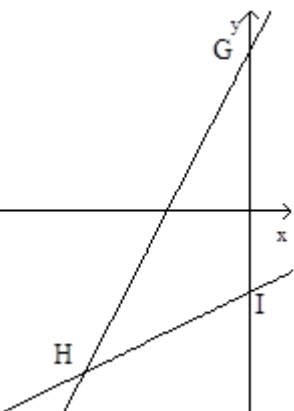
א. מצאו את שיעורי הקדקודים G, H, I.

ב. מצאו את המרחק בין שני קדקודי המשולש המונחים על ציר y .

ג. מהקדקוד H מעבירים אנך לציר y . מצאו את אורך האנך בין הקדקוד לבין ציר y .

ד. חשבו את שטח המשולש GHI.

פתרון: (א) $G(0, 4)$, $I(0, -2)$, $H(-4, -4)$ (ב) 6 יח' (ג) 4 יח' (ד) 12 יח"ש



(20)

הנקודות $A(3, 1)$, $B(-2, 1)$, $C(-2, -3)$ הן שלושה קדקודים של משולש.

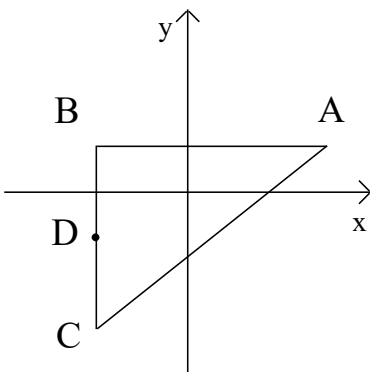
א. חשבו את שטח המשולש ABC.

ב. הנקודה D היא אמצע הצלע BC. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ג. חשבו את שטח המשולש ABD.

ד. חשבו את שטח המשולש ACD.

פתרון: (א) 10 יח"ש (ב) $D(-2, -1)$ (ג) 5 יח"ש (ד) 5 יח"ש



(21)

נתון מרובע שקדקודיו הם: $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 3)$, $D(0, 3)$.

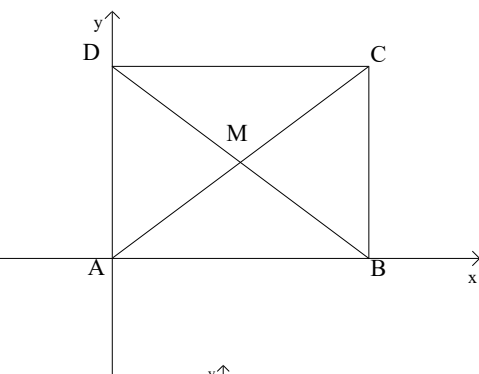
א. הראו שהמרובע הוא מלבן.

ב. חשבו את שטח המלבן.

ג. אלכסוני המלבן נחתכים בנקודה M. מצאו את

שיעורי הנקודה M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMB.



(22)

נתון מרובע שקדקודיו הם: $A(5, 0)$, $B(0, 7)$, $C(-5, 0)$, $D(0, -7)$.

א. הראו שהמרובע הוא מעוין.

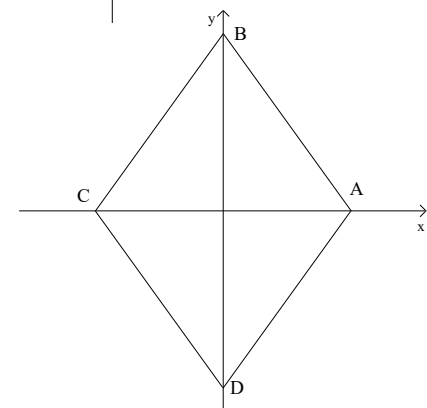
ב. הנקודה M נמצאת בחיתוך האלכסונים של המעוין. מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMB.

ד. חשבו את שטח המעוין.

ה. הראו שמכפלת אורכי האלכסונים של המעוין גדולה פי 2 משטח המעוין.

פתרון: (ב) $(0, 0)$ (ג) 17.5 יח"ש (ד) 70 יח"ש





(23)

- הצלע AB של משולש מונחת על ציר x, ואורכה 7 יחידות. הקדקוד השלישי נמצא בנקודה C(6,4).
- חשבו את שטח המשולש ABC.
 - ידוע שהנקודה D מונחת על אמצע הצלע AB. חשבו את שטח המשולש ACD.
 - ידוע שהנקודה E מונחת על אמצע הצלע AC. חשבו את שטח המשולש ABE.
 - חשבו את שטח המשולש BCE.



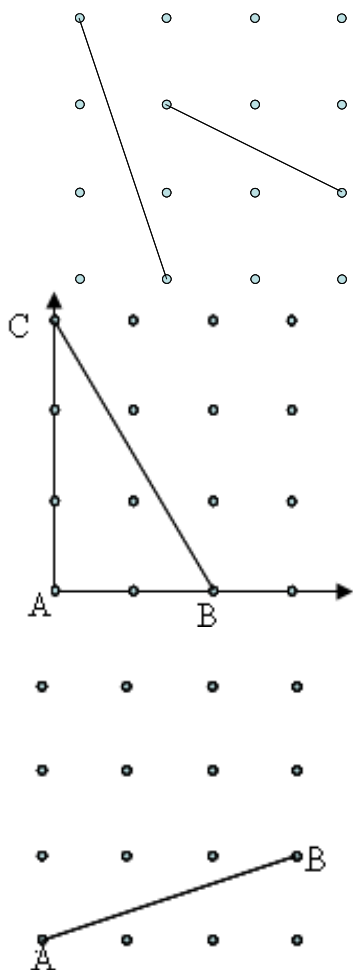
(24)

- הנקודות A(1,2) ו-B(4,6) הן קדקודים סמוכים של ריבוע.
- חשבו את אורך הצלע AB.
 - חשבו את שטח הריבוע.
 - מצאו את אורך אלכסון הריבוע.
 - הראו שמכפלת אורכי האלכסונים של הריבוע גדולה פי 2 משטח הריבוע.

(25)

בסרטטים הבאים מופיע סידור ריבועי של נקודות. המרחקים האופקיים והאנכיים בין כל שתי נקודות סמוכות שווים ל-1.

- חשבו את אורכי הקטעים.



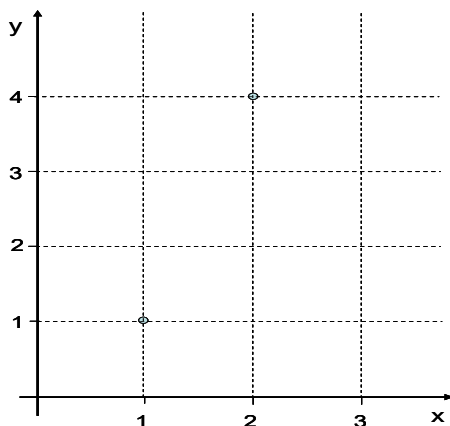
- הנקודה A בשרטוט ממוקמת ב-(0,0) על מערכת צירים, מה היא משוואת הישר של הקטע BC?

- הנקודה A בשרטוט ממוקמת ב-(0,0) על מערכת צירים. מצאו את משוואת הישר AB. הסבירו כיצד מצאתם.



(26)

הקטע שמחבר את הנקודות (1, 1) ו- (2, 4) הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.



- א. מצאו את שני הקדקודים האחרים של המלבן.
- ב. מצאו את נקודת החיתוך של שני האלכסונים של המלבן.
- ג. חשבו את היקף המלבן.
- ד. חשבו את שטח המלבן.



(27)

הישר $y = -2x + 4$ יוצר משולש עם הצירים.

- א. סרטטו את הישר במערכת צירים ומצאו את השיעורים של קדקודי המשולש.
 - ב. מהו שטח המשולש?
 - ג. דרך הנקודה (8, 0) עובר ישר המקביל לישר הנתון.
1. מצאו את משוואת הישר המקביל.
 2. חשבו את שטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים.



(28)

הנקודות (0, 0) ו- (-4, 4) הן קדקודים נגדיים של מלבן (הקטע המחבר אותן הוא האלכסון של המלבן).

- א. קדקוד שלישי של המלבן נמצא על ציר ה- y . מצאו את שיעוריו.
- ב. מצאו את הקדקוד הרביעי של המלבן.
- ג. הראו כי המלבן הוא ריבוע.
- ד. מצאו את משוואות אלכסוני הריבוע.
- ה. מצאו את נקודת החיתוך של אלכסוני הריבוע.
- ו. חשבו את היקף הריבוע ואת שטחו.

(29)

נתונות שלוש נקודות: $A(0, 0)$, $B(0, 3)$ ו- $C(2, 4)$.

א. סרטטו את המשולש ABC וחשבו את שטחו.

ב. מצאו נקודה D כך שהנקודות A, B, C ו- D ייצרו מקבילית. (מצאו את כל

התשובות האפשריות לנקודה D).

- ג. חשבו את שטח המקבילית.
- ד. עבור כל אחת מהמקביליות שמצאתם בסעיף ב, מצאו את נקודת החיתוך של אלכסוני המקבילית.

ה. עבור המקרה שבו הנקודה D נמצאת ברביע השלישי, חשבו את היקף המקבילית (דייקו עד

שתי ספרות אחרי הנקודה).



(30)

- הם שלושה קדקודים של ריבוע. $(1,0)$, $(2,1)$, ו- $(1,1)$
 א. סרטטו את הריבוע ומצאו את הקדקוד הרביעי. הסבירו כיצד מצאתם.
 ב. מה הוא שטח הריבוע?
 ג. מה אורך כל אחד מאלכסוני הריבוע?
 ד. מצאו את משוואות אלכסוני הריבוע.
 ה. מה הם שיעורי נקודת החיתוך של האלכסונים?



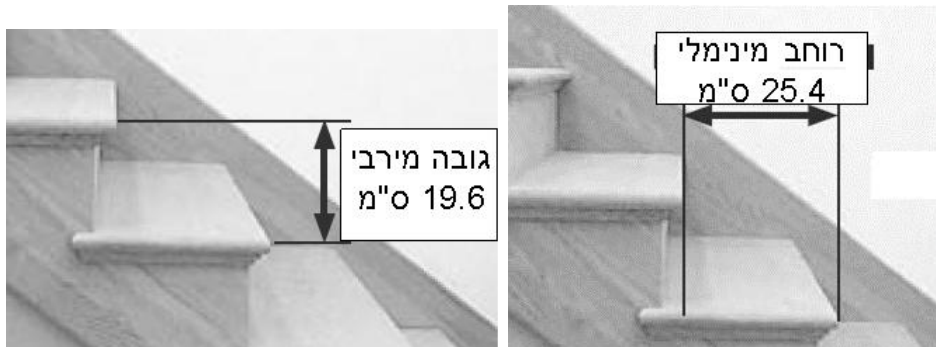
(31)

- הם קדקודים של מקבילית. $A(0, 1)$, $B(2, 0)$, $C(-, 0)$, $D(3, 1)$
 א. סמנו את הנקודות במערכת צירים ומצאו את שיעור ה- x של C .
 ב. חשבו את שטח המקבילית שיצרתם.
 ג. סמנו את הנקודה $E(5, 1)$. הסבירו מדוע $ABDE$ איננו מרובע.

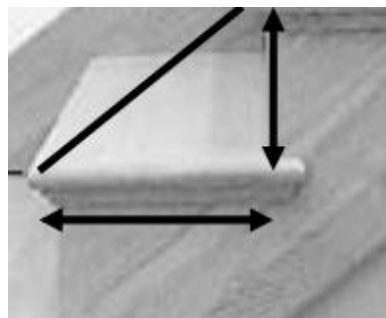


(32)

הנתונים הבאים לקוחים מספר הוראות לבנייה תקנית ובטיחותית של גרמי מדרגות.



- א. האם מדרגה שרוחבה 26 ס"מ וגובהה 18 ס"מ היא תקנית?
 ב. האם מדרגה שרוחבה 23 ס"מ וגובהה 19 ס"מ היא תקנית?

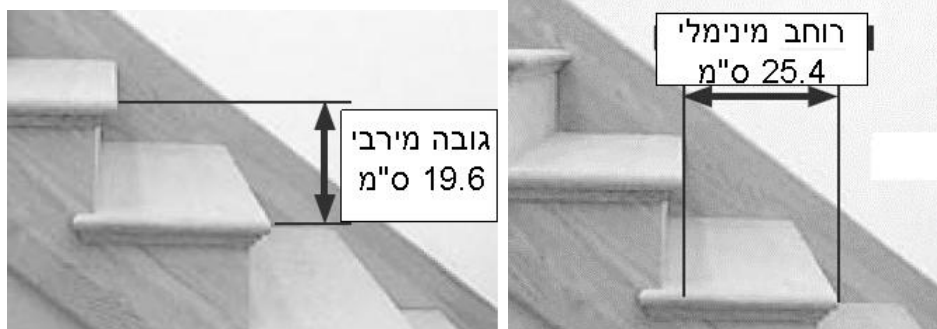


- ג. מה השיפוע של גרם מדרגות שנבנה על-פי גובה מרבי ורוחב מינימלי?
 ד. תנו דוגמה של מדרגה תקנית עם שיפוע 0.5.
 ה. תנו דוגמה של מדרגה שאינה תקנית עם שיפוע 0.5



(33)

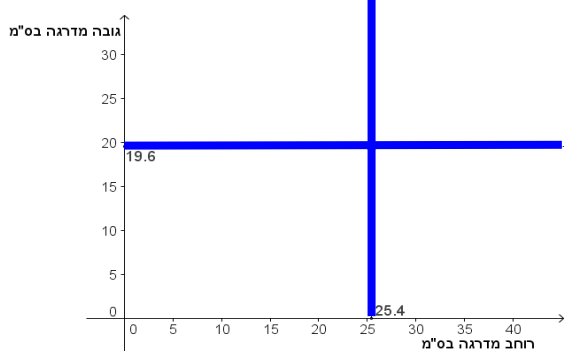
הנתונים הבאים לקוחים מספר הוראות לבנייה תקנית ובטיחותית של גרמי מדרגות.



להלן ייצוג במערכת צירים של נתוני מדרגות.

הקווים המסורטטים במערכת הצירים מייצגים את

הגובה המרבי והרוחב המינימלי למדרגה תקנית.



א. בחרו שיעורי נקודה המייצגים מידות (רוחב וגובה) של מדרגה תקנית. סמנו אותה במערכת הצירים.

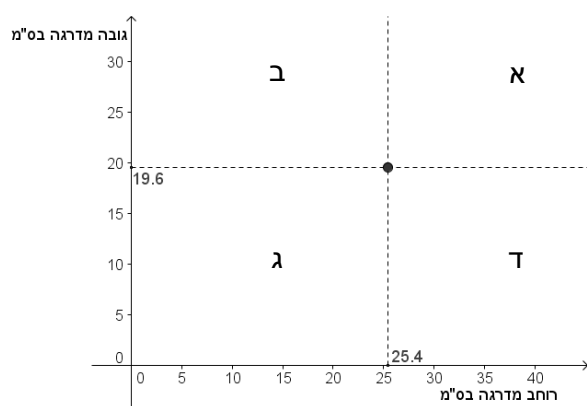
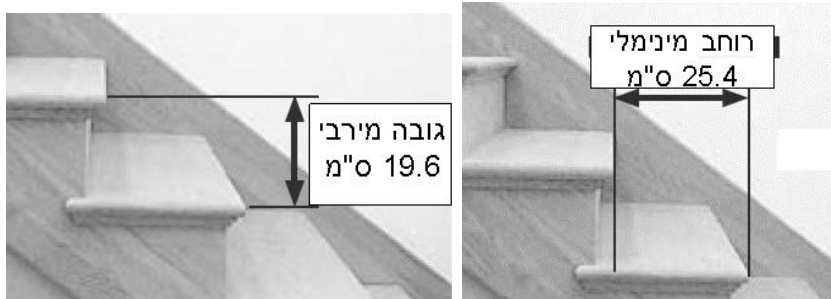
ב. בחרו שיעורי נקודה המייצגים מידות (רוחב וגובה) של מדרגה שאינה תקנית. סמנו אותה במערכת הצירים.

ג. הסבירו מה משמעות נקודת החיתוך של שני הישרים.

ד. רשמו שיעורים של 2 נקודות המייצגות מידות של מדרגות תקניות עם שיפוע 0.5, וסמנו אותן במערכת הצירים.

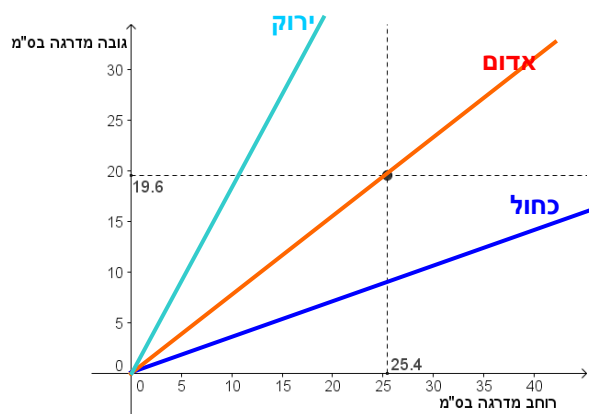
(34)

הנתונים הבאים לקוחים מספר הוראות לבנייה תקנית ובטיחותית של גרמי מדרגות.



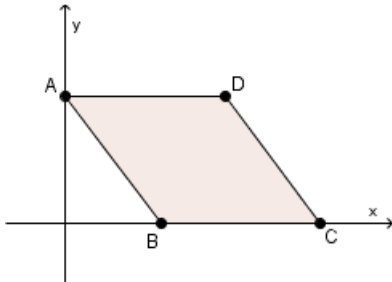
להלן ייצוג במערכת צירים של נתוני מדרגות.

- הקווים המרוסקים מחלקים את הרביע לארבעה אזורים. באילו אזורים יימצאו נקודות שמייצגות מדרגות תקניות ובאילו לא? הסבירו.
- על איזה מהישרים הצבועים בגרף הבא יש מספר רב של נקודות תקניות. הסבירו.
- על איזה מהישרים הצבועים בגרף יש רק נקודה תקנית אחת. הסבירו.
- על איזה מהישרים הצבועים בגרף אין נקודות תקניות. הסבירו.



✓ (35)

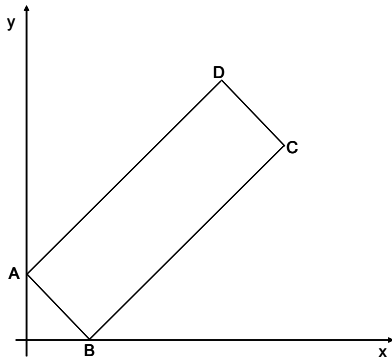
נתון המעוין ABCD (ראו סרטוט). שיעורי הנקודה A הם (0, 4) ושיעורי הנקודה B הם (3, 0).



- חשבו את אורך AB.
- חשבו את היקף המעוין.
- מצאו את שיעורי נקודה C.
- חשבו את שטח המעוין.
- מצאו את שיעורי נקודה D.
- חשבו את אורך האלכסון BD.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך A ו-C.
- מהי נקודת החיתוך של האלכסונים?

✓ (36)

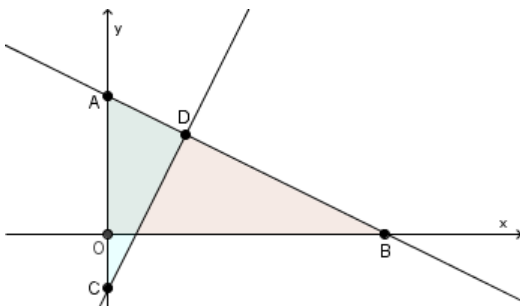
נתונים המלבן ABCD (ראו סרטוט) והנקודות B (1, 0) ו-C (4, 3).



- מהו שיפוע הישר העובר דרך B ו-C?
- שיפוע הישר עליו נמצא AB הוא 1. מצאו את שיעורי A.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך A ו-D.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך C ו-D.
- חשבו את שטח המלבן.

✓ (37)

שיעורי הנקודה A הם (0, 5). שטח המשולש ABO הוא 25.



- מצאו את שיעורי הנקודה B.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך A ו-B.
- שיעורי הנקודה C הם (0, -2), ושיפוע הישר CD המסורטט הוא 2. כתבו את משוואתו.
- מצאו את שיעורי הנקודה D.
- חשבו את שטח המשולש ACD.

✓ (38)

נתונות הנקודות הבאות: A (-1.5, 8), B (-1, 8), C (1, 1), D (2, 3), E (0, -1), F (0, 0).

- מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- הראו כי הנקודות C, D, ו-E נמצאות על ישר אחד.
- מצאו את משוואת הישר שעובר דרך הנקודות F ו-B.
- מהי הנקודה שנמצאת על הישר שעובר דרך F ו-B ושיעור ה-x שלה שווה לשיעור ה-x של C.

✓ (39)

- א. הראו כי הישר העובר דרך הנקודות $(2, -10)$ ו- $(-2, 10)$ עובר דרך ראשית הצירים.
 ב. הראו כי הישר העובר דרך הנקודות $(-2, 10)$ ו- $(2, 10)$ אינו עובר דרך ראשית הצירים.
 ג. נתונות הנקודות $A(3, 6)$ ו- $B(2, _)$. מצאו את שיעור ה- y של B כך שהישר העובר דרך שתי הנקודות יעבור גם דרך ראשית הצירים.

✓ (40)

- נתון הישר $y = 6 - 2x$.
 א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של ישר זה עם הצירים וסמנו אותן ב- A ו- B .
 ב. מצאו את אמצע הקטע AB .
 ג. מהו שיפוע הישר העובר דרך הנקודה $(6, 0)$ ודרך הנקודה $(0, 6)$?
 ד. מצאו משוואה של ישר המקביל לישר הנתון והעובר דרך $(-6, 0)$.

✓ (41)

- תוכלו להיעזר בסרטוט כדי לפתור את סעיפי השאלה.
 א. כתבו משוואות של שני קווים ישרים בעלי שיפוע חיובי, כך ששניהם עוברים דרך הנקודה $(1, 2)$.
 ב. כתבו משוואות של שני קווים ישרים שנחתכים בנקודה $(3, 3)$.
 ג. כתבו משוואות של שני קווים ישרים מקבילים בעלי שיפוע שלילי, כך שהראשון עובר דרך $(1, 2)$ והשני דרך $(-1, 2)$.
 ד. כתבו משוואות של שני קווים ישרים שנחתכים באותה נקודה על ציר ה- y .

✓ (42)

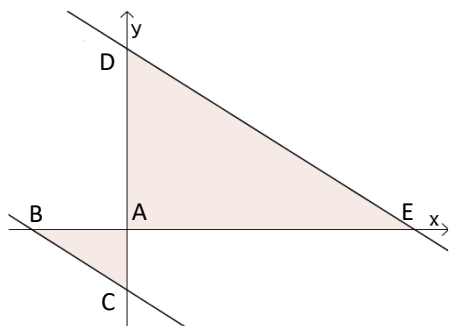
- נתונות משוואות של ישרים: $y = x + 4$, $y = x - 4$, $y = -x + 4$, $y = -x - 4$.
 א. סרטטו את הישרים.
 ב. מצאו את נקודות החיתוך של כל אחד מהישרים עם הצירים.
 ג. מצאו את השטח של המרובע הנוצר מארבע הנקודות שמצאתם בסעיף הקודם.
 ד. מצאו את השיעורים של אמצעי הצלעות של המרובע שמצאתם בסעיף הקודם.
 ה. חברו את אמצעי הצלעות. איזה מרובע נוצר ומה שטחו?

✓ (43)

- נתונים הישרים $y = x$ ו- $y = -x + 6$.
 א. סרטטו את שני הישרים.
 ב. שני הישרים יוצרים משולש עם ציר ה- x . רשמו את קדקודי המשולש.
 ג. חשבו את שטח המשולש.
 ד. שני הישרים יוצרים משולש עם ציר ה- y . רשמו את קדקודי המשולש וחשבו את שטחו.



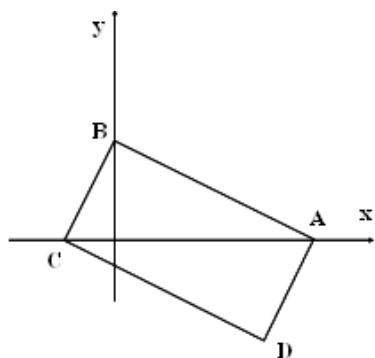
(44)



- שטח המשולש ABC הוא 3, ושיעורי הנקודה C הם $(0,-2)$.
- מצאו את שיעורי הנקודה B.
 - מצאו את משוואת הישר שעובר דרך BC.
 - $(6, 0)$ הוא אחד מקדקודי המשולש ADE, והיתר שלו מקביל ליתר של המשולש ABC. מצאו את נקודות החיתוך של היתר עם ציר ה-y.
 - חשבו את שטח המשולש ADE.



(45)



- ABCD הוא מלבן. נתון כי: $A(4,0)$, $B(0,2)$, $D(3,-2)$.
- מהי משוואת הישר העובר דרך A ו-B?
 - מצאו את משוואת הישר CD.
 - מצאו את שיעורי הקדקוד C, הנמצא על ציר ה-x.
 - חשבו את אורך האלכסון BD.
 - מצאו את נקודת המפגש של אלכסוני המלבן.
- פתרון:** (א) $y = -0.5x + 2$ (ב) $y = -0.5x - 0.5$ (ג) $(-1, 0)$ (ד) $(1.5, 0)$ 5 (ה)



(46)

- ABCD הוא מעוין. נתון כי: $A(0, -6)$, $B(8, 0)$, $C(0, 6)$.
- סרטטו ומצאו את שיעורי הנקודה D.
 - מה אורך הצלע של המעוין?
 - מה שטח המעוין?
 - באיזו נקודה נפגשים אלכסוני המעוין?



(47)

- נקודת החיתוך של אלכסוני ריבוע היא ראשית הצירים.
- הנקודה $(2, -2)$ היא אחד הקדקודים של הריבוע. סרטטו את הריבוע ומצאו את שיעורי שלושת הקדקודים האחרים של הריבוע.
 - חשבו את שטחו של הריבוע.
 - סרטטו את האלכסונים ומצאו את משוואותיהם.

✓ (48)

- א. סרטטו ריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים והנקודות $A(1, 1)$ ו- $C(11, 11)$ הן שניים מקדקדיו.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו- D.
 ג. מצאו את משוואת האלכסון AC.
 ד. חשבו את שטח הריבוע.
 ה. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של האלכסונים.

✓ (49)

- ABCD מקבילית. משוואת הישר עליו נמצאת הצלע AB היא $y = x + 3$, ומשוואת הישר עליו נמצאת הצלע BC היא $y = 4$.
 א. סרטטו את הישרים ומצאו את שיעורי נקודת החיתוך שלהם (B).
 ב. שיעורי הקדקוד D הם $(3, 0)$. מצאו את שיעורי הקדקודים A ו- C.
 ג. סרטטו את המקבילית.
 ד. חשבו את שטח המקבילית.

✓ (50)

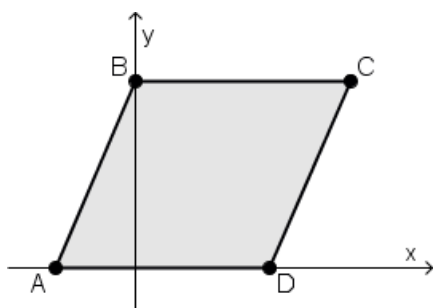
- נתון מלבן ABCD ושניים מקדקדיו הם: $A(4, 2)$ ו- $C(0, 4)$. הצלע CD מונחת על הישר $y = 4$.
 א. סרטטו את הישר עליו מונחת הצלע AB, ומצאו את משוואתו.
 ב. מצאו את שני הקדקודים האחרים של המלבן.
 ג. מצאו את משוואת האלכסון AC.
 ד. חשבו את היקף המלבן ואת שטחו.

✓ (51)

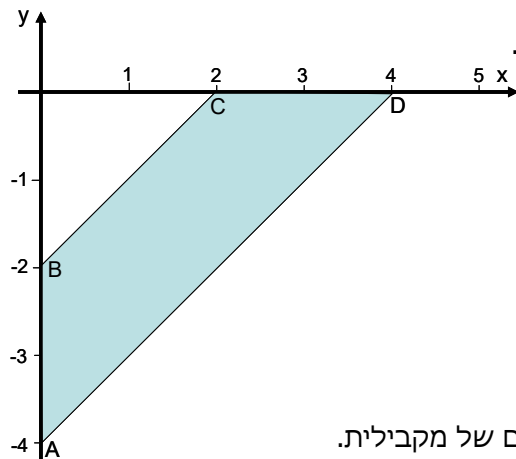
- שניים מקדקדיו של משולש שווה-שוקיים הם $O(0, 0)$ ו- $A(0, 3)$.
 א. סמנו את הנקודות במערכת צירים. מצאו קדקוד שלישי אם ידוע שהוא על ציר x.
 ב. סרטטו את המשולש, ומצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע שאיננה על הצירים.
 ג. חשבו את שטח המשולש.
 ד. חשבו את היקף המשולש.

✓ (52)

- שיעורי הקדקודים A ו- B של המקבילית ABCD הם $(-3, 0)$ ו- $(0, 7)$. שטח המקבילית 56.
 א. מצאו את אורך AD.



- ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 ג. מהי משוואת הישר עליו מונחת הצלע AB?
 ד. מצאו את שיעורי הנקודה C.
 ה. מהי משוואת הישר עליו מונחת הצלע CD?
 ו. מהי נקודת החיתוך של האלכסונים AC ו- BD?



✓ (53)

נתון מרובע שקדקודיו הם $A(0, -4)$, $B(0, -2)$, $C(2, 0)$ ו- $D(4, 0)$.

א. הראו כי הצלעות AD ו-BC מקבילות.

ב. מה הם אורכי הקטעים AD ו-BC?

ג. חשבו את היקף המרובע ABCD.

ד. חשבו את שטחו של ABCD.

✓ (54)

הנקודות $A(0, 0)$, $B(5, 0)$, $C(3, _)$ ו- $D(4, 3)$ הן קדקודים של מקבילית.

א. סרטטו והשלימו את שיעורי הקדקוד C. (מצאו את שתי האפשרויות.)

ב. הראו באיזו מבין האפשרויות שמצאתם בסעיף א המקבילית היא מעוין. (נמקו את

תשובתכם.)

ג. מצאו את משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC במעוין שמצאתם בסעיף ב.

ד. מצאו את נקודת החיתוך של שני האלכסונים של המעוין.

ה. חשבו את שטח המעוין.

✓ (55)

שני ישרים יוצרים עם ציר ה- x משולש שווה-שוקיים, אורך הבסיס המונח על ציר ה- x

הוא 6, ושיעורי קדקוד זווית הראש הם $(8, 8)$.

א. מהו אורך הגובה לבסיס?

ב. מהו שטח המשולש?

ג. D היא נקודת האמצע של הבסיס. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ד. מהם שיעורי הקדקודים האחרים?

✓ (56)

הנקודות ששיעוריהן הם: $A(1, 2)$, $B(4, 1)$, $C(5, 4)$ הן שלושה קדקודים של

ריבוע ABCD.

א. סרטטו את הצלעות AB ו-BC, ומצאו את שיפוע הישר עליו מונחת הצלע AB.

ב. מצאו את שיפוע הישר עליו מונחת הצלע BC.

ג. סרטטו את הצלעות AD ו-CD, ומצאו את שיעורי הקדקוד D.

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של האלכסונים.

ה. הראו כי שטח הריבוע הוא 10.

✓ (57)

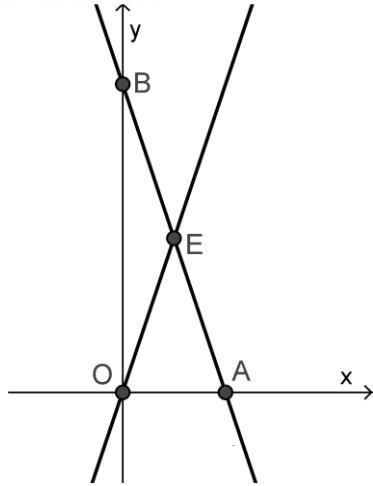
ABCD הוא מלבן הנמצא ברביע הראשון, ושטחו 30. שיעורי שני קדקודים סמוכים של המלבן הם: $(2, 5)$

ו- $(12, 5)$.

א. מה הם אורכי צלעות המלבן?

ב. סרטטו מלבן המתאים לנתונים, ומצאו את שיעורי שני הקדקודים האחרים.

ג. מצאו את אורכי האלכסונים של המלבן.



(58)

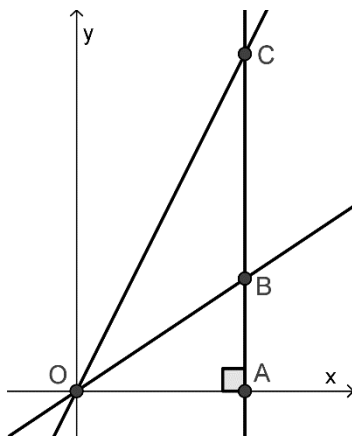
המשוואה של אחד הישרים בסרטוט היא $y = 15 - 3x$. E אמצע הקטע AB.

- איזה משני הישרים שבסרטוט מתאים למשוואה הנתונה. הסבירו.
- מהם שיעורי הנקודות A, B ו-E?
- הראו כי המשולשים OEA ו-OEB הם שווים שטח.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך O ו-E.

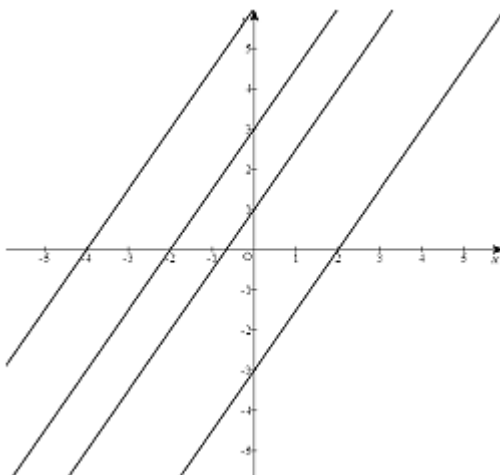
(59)

- הישרים $y = 4$ ו- $y = x - 3$ יוצרים ברביע הראשון מרובע עם הצירים.
- סרטטו את הישרים ומצאו את שיעורי ארבעת הקדקודים של המרובע.
 - חשבו את שטח המרובע.
 - מצאו את משוואות הישרים עליהם מונחים אלכסוני המרובע.
 - מצאו את נקודת החיתוך של אלכסוני המרובע.

(60)



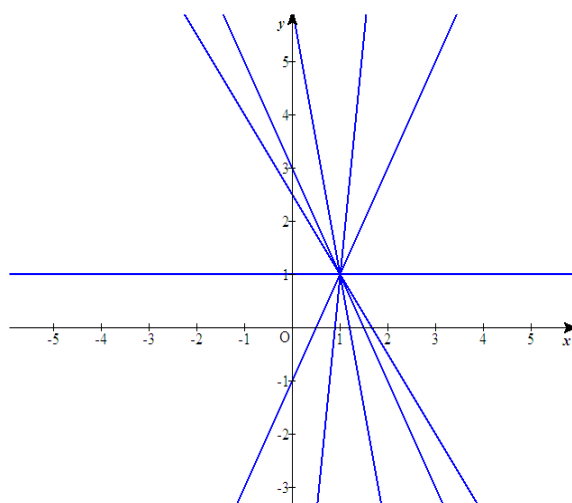
- שיעורי הנקודה A הם (9,0), ושטח המשולש ABO הוא 27.
- מצאו את שיעורי הנקודה B.
 - שטח המשולש OAC הוא 81. מצאו את שיעורי הנקודה C.
 - מצאו את שטח המשולש OBC. הסבירו כיצד מצאתם.
 - מצאו את משוואת הישר עליו מונח הקטע OB.
 - מצאו את משוואת הישר עליו מונח הקטע OC.
 - D היא אמצע הקטע BC. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 - חשבו את שטח המשולש OBD.



(61)

- בסרטוט ארבעה ישרים מקבילים.
- הסבירו מדוע המשוואה $y = -2x + 3$ אינה מתאימה לאף אחד מהישרים שבסרטוט.
 - מצאו את המשוואות של שניים מהישרים המסורטים (לבחירתכם).
 - מצאו משוואה של ישר מקביל לארבעת הישרים, סרטטו ישר העובר דרך הנקודה (0,9), ומקביל לארבעת הישרים. מה יהיה שטח המשולש שהוא יוצר עם הצירים?

(62)



כל הישרים בסרטוט עוברים דרך הנקודה $(1, 1)$.

א. הסבירו מדוע המשוואה $y = 1.5x + 0.5$

אינה מתאימה לאף אחד מהישרים שבסרטוט.

ב. רשמו משוואה של ישר כלשהו העובר דרך

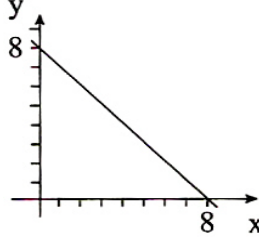
נקודה זו.

ג. חשבו מספר שיש לרשום במשבצת שבמשוואה

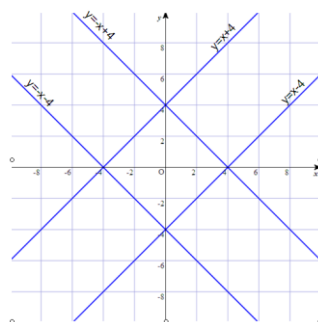
$y = -2x + \square$, כדי שגם גרף של משוואה זו

יעבור דרך $(1, 1)$.

תשובות – מאגר - גיאומטריה אנליטית

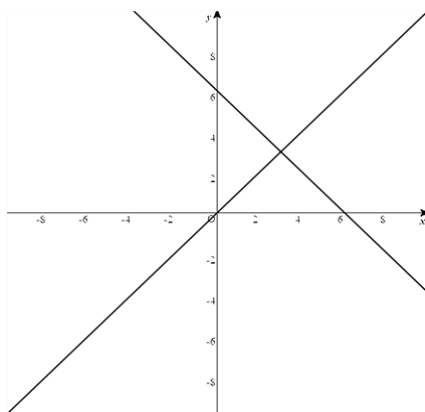
1. (א) $y = -2x + 17$ (ב) למשל: $(0, 17)$
 2. (א) $y = -x + 8$ (ב) $(8, 0)$, $(0, 8)$ (ג) 32
- 
3. (א) AB : $y = 7x - 10$ (ב) $AC = \sqrt{72}$ $BD = 10$
 4. $m_{AB} = m_{CD} = 3$ $m_{AD} = m_{BC} = \frac{1}{4}$
 5. $m_{AB} = m_{CD} = -\frac{1}{2}$ (א) (ב) לא, כי AC אינו מקביל ל-BD.
 6. (א) $(13, 10)$, $(8, 22)$ (ב) 60
 7. (א) מתאים ל-(2), || מתאים ל-(1) (ב) $y = -2x$ (ג) $(2, 4)$
 8. (א) מתאים ל-(2) || מתאים ל-(1) || מתאים ל-(3)
 9. (א) $M(2.5, 12)$ (ב) כן, כי $2 \cdot 2.5 + 7 = 12$ (ג) 12.258
 10. $y = -8x + 21$
 11. (א) $B(-5, -4)$ (ב) $AB : y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$ $AC : y = -\frac{5}{4}x + \frac{47}{4}$ (ג) לא
 12. (א) $D(3, 4)$ (ב) $(9, 4)$, $(3, 12)$ (ג) 48
 13. (א) $(3, 2.5)$ (ב) $C(5, 4)$ (ג) $y = -\frac{1}{6}x + 3$, $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (ד) לא
 14. (א) $y = \frac{1}{4}x$ (ב) $E\left(2, \frac{1}{2}\right)$ (ג) $BE = 4.5$, $S_{\triangle ABE} = 4.5$
 15. כל הצלעות אורכן $\sqrt{50}$.
 16. (א) $E(3, 4)$ (ב) 7 (ג) $\sqrt{45}$ (ד) $y = -\frac{19}{6}x + 10$ (ה) 15
 17. (א) $A(-1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(8, 0)$ (ב) 9 יח' (ג) 13.5 יח"ש
 18. (א) 4 יח"ש (ב) 16 יח"ש (ג) 12 יח"ש
 19. (א) $H(-4, -4)$, $I(0, -2)$, $G(0, 4)$ (ב) 6 יח' (ג) 4 יח' (ד) 12 יח"ש

20. (א) 10 יח"ש (ב) $D(-2, -1)$ (ג) 5 יח"ש (ד) 5 יח"ש
21. (א) 12 יח"ש (ב) $M(2, 1.5)$ (ג) 3 יח"ש (ד) 3 יח"ש
22. (א) $(0, 0)$ (ב) 17.5 יח"ש (ג) 70 יח"ש (ד) 7 יח"ש
23. (א) 14 יח"ש (ב) 7 יח"ש (ג) 7 יח"ש (ד) 7 יח"ש
24. (א) 5 יח' (ב) 25 יח"ש (ג) $\sqrt{50} = 7.07$ יח'
25. (א) 3.162 ו-2.236 (ב) $y = -1.5x + 3$ (ג) $y = (1/3)x$
26. (א) $(1, 4)$ ו- $(2, 1)$ (ב) $(1.5, 2.5)$ (ג) 8 (ד) 3
27. (א) $(0, 0)$, $(2, 0)$ ו- $(0, 4)$ (ב) 4 (ג) $y = -2x + 16$ 1. שטח המשולש 64
28. (א) $(0, 4)$ (ב) $(-4, 0)$ (ג) הצלעות מקבילות ושוות באורכן
- (ד) $y = -x$, $y = x + 4$ (ה) $(-2, 2)$ (ו) ההיקף הוא 16, השטח הוא 16
29. (א) 3 (ב) $(2, 1)$ או $(2, 7)$ או $(-2, -1)$ (ג) 6
- (ד) $(1, 2)$ או $(1, 3.5)$ או $(0, 1.5)$ (ה) 13.42
30. (א) $(2, 0)$ (ב) 1 (ג) 1.41 (ד) $y = -x + 2$, $y = x - 1$ (ה) $(1.5, 0.5)$
31. (א) $C(5, 0)$ (ב) 3 (ג) כי שלוש נקודות נמצאות על ישר אחד.
32. (א) כן (ב) לא (ג) 0.77 (ד) גובה 19 ורוחב 38 (ה) גובה 20 ורוחב 40
33. (א) $(30, 10)$ (ב) $(30, 25)$ (ג) נקודת החיתוך המייצגת מדרגת תקנית ברוחב מינימלי וגובה מקסימלי (ד) $(30, 15)$, $(32, 16)$
34. (א) רק אזור ד כולל נקודות המייצגות מדרגות תקניות. (ב) הישר הכחול, כי הוא יחידי מבין השלושה שעובר באזור ד. (ג) הישר האדום (ד) הישר הירוק
35. (א) 5 (ב) 20 (ג) $(8, 0)$ (ד) 20 (ה) $(5, 4)$ (ו) 4.47 (ז) $y = -0.5x + 4$ (ח) $(4, 2)$
36. (א) 1 (ב) $(0, 1)$ (ג) $y = x + 1$ (ד) $y = -x + 7$ (ה) 6
37. (א) $(10, 0)$ (ב) $y = -0.5x + 5$ (ג) $y = 2x - 2$ (ד) $(2.8, 3.6)$ (ה) 9.8
38. (א) $y = 8$ (ב) הישר שעובר דרך C ו-D הוא $y = 2x - 1$, שיעורי E מקיימים משוואה זו. (ג) $y = -8x$ (ד) $(1, -8)$
39. (א) הישר הוא $y = -5x$ (ב) הישר הוא $y = 10$ (ג) 4
40. (א) $(0, 6)$ ו- $(3, 0)$ (ב) $(1.5, 3)$ (ג) -1 (ד) $y = -12 - 2x$
41. (א) $y = 2x$, $y = 3.5x - 1.5$ (ב) $y = x$, $y = 3x - 6$ (ג) $y = -x + 3$, $y = -x + 1$ (ד) $y = 2.5$, $y = -x + 2.5$
42. (א)



- (ב) $y = x + 4$ ו- $(-4, 0)$; $y = x - 4$ ו- $(4, 0)$;
32 (ג) $y = -x + 4$ ו- $(4, 0)$; $y = -x - 4$ ו- $(0, -4)$;
(ד) $(2, 2)$, $(-2, 2)$, $(2, -2)$, $(-2, -2)$ (ה) ריבוע ששטחו 16 יח"ש

43. (א)

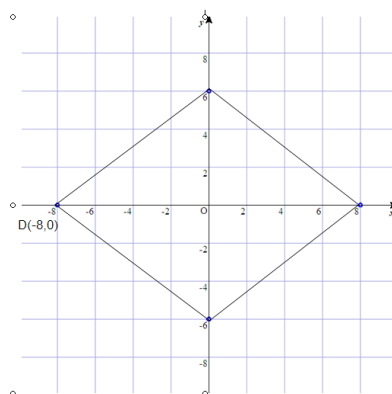


- (ב) $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(3, 3)$ (ג) 9 (ד) $(0, 0)$, $(0, 6)$, $(3, 3)$, שטח המשולש הוא 9 יח"ש

44. (א) $(-3, 0)$ (ב) $y = -(2/3)x - 2$ (ג) $(0, 4)$ (ד) 12

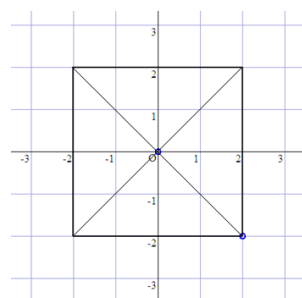
45. (א) $y = -0.5x + 2$ (ב) $y = -0.5x - 0.5$ (ג) $(-1, 0)$ (ד) 5 (ה) $(1.5, 0)$

46. (א)



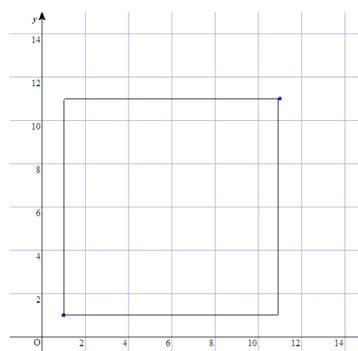
- (ב) 10 (ג) 96 (ד) $(0, 0)$

47. (א) $(2, 2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$



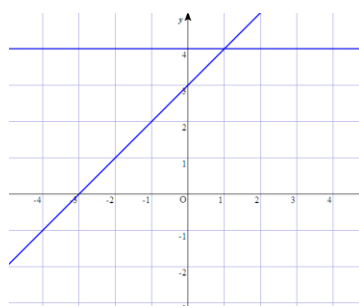
(ב) 16 $y = -x$, $y = x$ (ג)

48. (א)



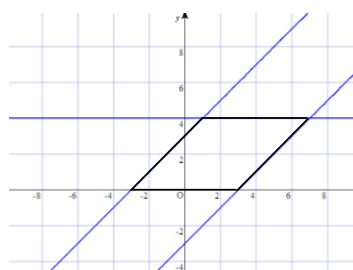
(ב) $(1, 11)$, $(11, 1)$ (ג) $y = x$ (ד) 100 (ה) $(6, 6)$

49. (א) $B(1, 4)$



(ב) $A(-3, 0)$, $C(7, 4)$

(ג) (ד) שטח המקבילית: 24 יח"ש



50. (א) $y = 2$ (ב) $B(0, 2)$, $D(4, 4)$ (ג) $y = -0.5x + 4$ (ד) היקף: 12 שטח: 8 יח"ש

51. (א) $(3, 0)$ או $(-3, 0)$ (ב) $y = -x + 3$ או $y = x + 3$ (ג) 4.5 (ד) 10.24

52. (א) 8 (ב) $D(5, 0)$ (ג) $y = (7/3)x + 7$ (ד) $C(8, 7)$ (ה) $y = (7/3)x - (35/3)$ (ו) $(2.5, 3.5)$

53. (א) הקטעים נמצאים על ישרים בעלי אותו שיפוע (1).

(ב) אורך AD הוא 5.66 ואורך BC הוא 2.83 (ג) 12.49 (ד) 6

54. (א) קיימות שתי אפשרויות: $(-1, 3)$ ו- $(9, 3)$ (ב) רק במקרה השני המקבילית היא מעוין, כל צלעותיה הן באורך 5. (ג) האלכסון AC של המעוין מונח על הישר $y = (1/3)x$.

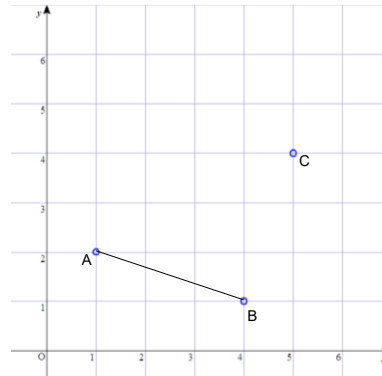
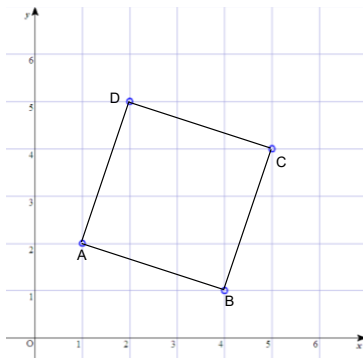
(ד) $(4.5, 1.5)$ (ה) 15 יח"ש

55. (א) 8 (ב) 24 (ג) $(8, 0)$ (ד) $(5, 0), (11, 0)$

56. (א) השיפוע של AB הוא $-1/3$ (ב)

(ג) השיפוע של BC הוא 3

$D(2, 5)$



(ד) $(3, 3)$ (ה) לפי משפט פיתגורס, אורך כל צלע הוא $\sqrt{10}$.

57. (א) 10 ו-3

(ב) קיימות שתי אפשרויות לזוג הקדקודים האחרים: $(2, 2)$ ו- $(12, 2)$ או $(2, 8)$ ו- $(12, 8)$

(ג) 10.44

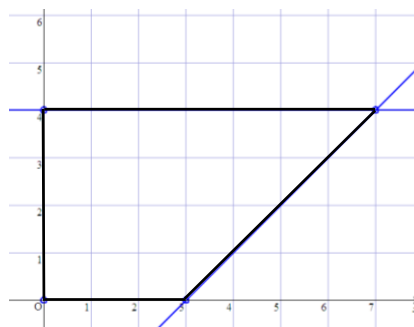
58. (א) הישר AB, כי יש לו שיפוע שלילי והוא חוצה את ציר ה- y ב- $(0, 15)$

(ב) $E(2.5, 7.5), B(0, 15), A(5, 0)$

(ג) ניתן להראות בכמה דרכים, למשל, על-ידי חישוב או על-ידי השוואה

(יש להם אותו בסיס כי $BE = AE$ ואותו גובה). ד. $y = 3x$

59. (א) $(0, 0), (3, 0), (7, 4)$ ו- $(0, 4)$



(ב) 20 יח"ש (ג) $y = -(4/3)x + 4$, $y = (4/7)x$ (ד) $(2.1, 1.2)$

60. (א) $(9, 6)$ (ב) $(9, 18)$ (ג) 54 יח"ש (ד) $y = (2/3)x$ (ה) $y = 2x$ (ו) $(0, 12)$ (ז) 27 יח"ש

61. (א) כי שיפועה שלילי, ולכל הישרים בגרף שיפוע חיובי.

(ב) $y = 1.5x - 3$, $y = 1.5x + 1$, $y = 1.5x + 3$, $y = 1.5x + 6$

(ג) $y = 1.5x - 1$ (ד) 27 יח"ש

62. (א) כי אינה עוברת דרך הנקודה $(1, 1)$ (ב) למשל, $y = x$ (ג) 3

שאלות מבגרויות 3 יח"ל

שאלה 20 – בגרות 803/382 חורף 2012

לפניך מעוין ABCD

אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M (ראה ציור)

נתון: $A(8, 5)$, $C(-4, 1)$

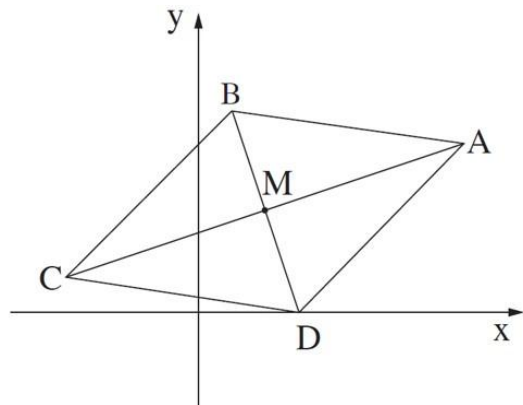
א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. מצא את משוואת האלכסון BD.

ג. נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה x. מצא את שיעורי הנקודות B ו D.

ד. מצא את שטח המעוין.

פתרון: א. $M(2, 3)$ ב. $y = -3x + 9$ ג. $B(1, 6)$, $D(3, 0)$ ד. שטח המעוין 40 יח"ר.



שאלה 21 – בגרות 803/382 קיץ מועד א 2012

קדקודי משולש הם: $A(9, 0)$, $B(1, -4)$, $C(1, 6)$

הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

א. מצא את משוואת התיכון לצלע AB.

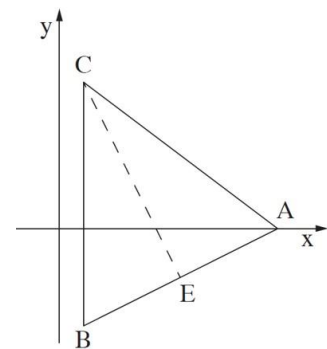
ב. מצא את משוואת הגובה לצלע AB.

ג. הראה שהמשולש ABC הוא שווה שוקיים ($BC = AC$)

(אפשר להסתמך על התוצאות בסעיפים הקודמים.)

ד. מצא את שטח המשולש ABC.

פתרון: א. $y = -2x + 8$ ב. $y = -2x + 8$ ג. המשולש הוא שווה שוקיים כי התיכון מתלכד עם הגובה. ד. 40 יח"ר



שאלה 22 – בגרות 803/382 קיץ מועד ב 2012

בציור שלפניך מרובע ABCD שקדקודיו הם: $(4, 8)$, $(14, 10)$, $(10, 17)$, $(5, 16)$

א. התאם כל קדקוד לאות המתאימה לו בציור.

ב (1). מצא את השיפועים של ארבע הצלעות המרובע.

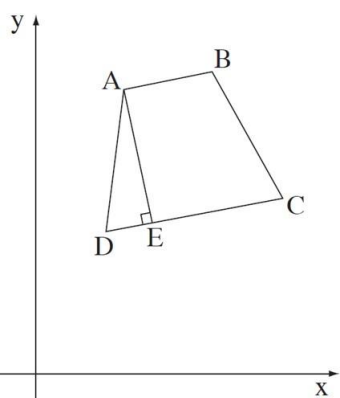
(2) הסבר מדוע המרובע ABCD הוא טרפז.

ג. נתון כי AE הוא גובה הטרפז. מצא את:

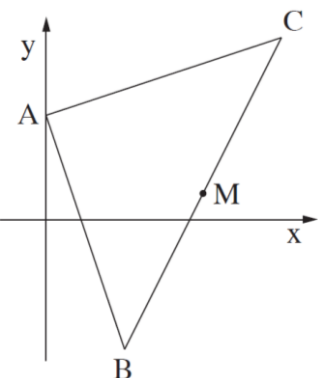
(1) המשוואה של AE

(2) שיעורי הנקודה E

פתרון: א. $A(5, 16)$, $B(10, 17)$, $C(14, 10)$, $D(4, 8)$ ב. (1) $m_{AB} = m_{CD} = \frac{1}{5}$, $m_{BC} = -1.75$, $m_{AD} = 8$ (2) המרובע ABCD הוא טרפז, כי יש לו זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות. ג. (1) $y = -5x + 41$ (2) $E(6.5, 8.5)$

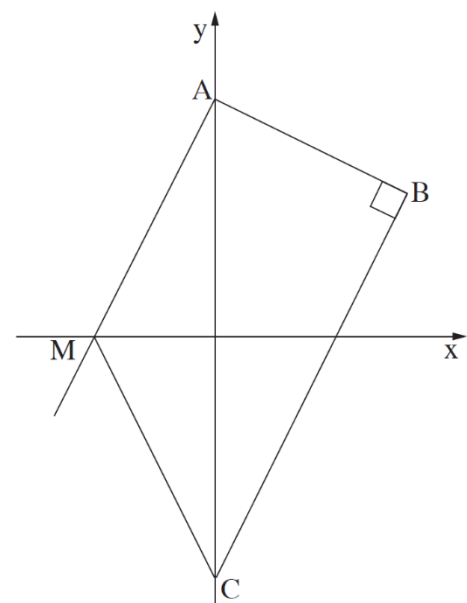


שאלה 23 - בגרות 803/382 חורף 2013



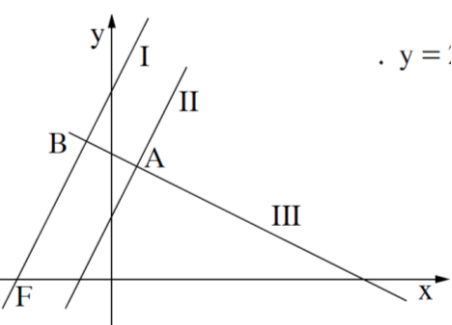
- בציור שלפניך נתון: $B(3, -5)$, $C(9, 7)$ ונקודה A נמצאת על ציר ה- y .
משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB היא $y = mx + 4$ (m הוא פרמטר)
א. (1) מצא את שיעור הנקודה A
(2) מצא את m.
ב. הוכח כי משולש BAC הוא ישר זווית
ג. נקודה M היא אמצע הצלע BC.
נתונה נקודה D ברביע הראשון (שאינה מופיעה בציור) כך שהמרובע AMDC הוא מקבילית
 $AM \parallel CD$ ו $AC \parallel MD$ מצא את שיעורי הנקודה D. פרט את חישוביך
פתרון: א. (1) $A(0, 4)$ (2) $m = -3$ ג. $D(15, 4)$

שאלה 24 - בגרות 803/382 קיץ מועד א 2013



- נתונים שני ישרים I ו-II:
I. $y = 2x + 10$
II. $y = 2x - 10$
ישר I חותך את ציר ה- y בנקודה A.
ישר II חותך את ציר ה- y בנקודה C
דרך הנקודה A העבירו אנך לישר II, החותך את הישר II בנקודה B (ראה ציור).
א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
ב. ישר I חותך את ציר ה- x בנקודה M, מצא את שטח הטרפז ABCM.
פתרון: א. $B(8, 6)$ ב. 130 יח"ר.

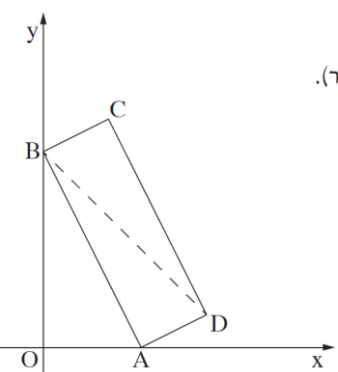
שאלה 25 - בגרות 803/382 קיץ 2013 מועד ב'



- המשוואות של הישרים I ו-II שבציור הן: $y = 2x + 10$, $y = 2x + 30$
א. איזו משוואה היא של הישרו, ואיזו משוואה היא של הישר? II נמק.
ב. ישר III מאונך לישר II וחותר אותו בנקודה A שבה $x = 4$. מצא את משוואת הישר III.
ג. (1) הראה כי הישר III מאונך לישר I.
(2) הישר III חותך את הישר I בנקודה B.
הישר I חותך את ציר ה- x בנקודה F (ראה ציור).
מצא את השטח של המשולש FBA
פתרון: א. משוואת הישר I היא $y = 2x + 30$, משוואת הישר II היא $y = 2x + 10$ ב. $y = -0.5x + 20$.
ג. (2) שטח המשולש FBA הוא 110 יח"ר

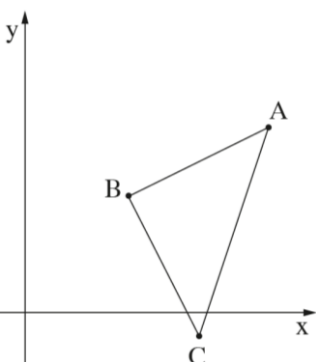
שאלה 26 - בגרות 803/382 חורף 2014

קדקוד A של מלבן ABCD מונח על ציר ה- x וקדקוד B של המלבן מונח על ציר ה- y (ראה ציור).
משוואת הישר AD היא: $y=0.5x-3$
א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A.
(2) מצא את השיפוע של הצלע AB.
(3) מצא את שיעורי הנקודה B.
ב. שיעור ה- x של הנקודה D הוא 10. מצא את שיעור ה- y של הנקודה D.
ג. חשב את שטח המרובע OBDA (O - ראשית הצירים).
פתרון: א. $A(6,0)$. ב. $m=-2$. ג. $B(0,12)$. ד. $Y=2$. ה. 66 יח"ר.



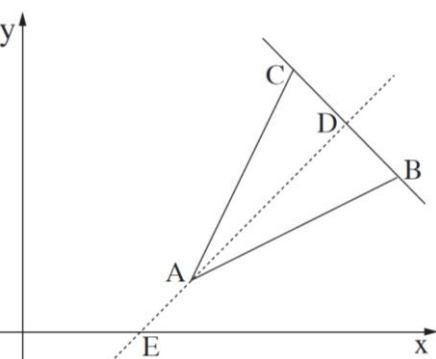
שאלה 27 - בגרות 803/382 קיץ 2014 מועד א'

נתון משולש ABC.
צלעות המשולש AB ו-BC מונחות על הישרים $y=0.5x+2$ ו- $y=-2x+17$ (ראה ציור).
א. מצא את שיעורי הנקודה B.
ב. שיעור ה- x של הנקודה A הוא 12. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.
ג. נתון כי שיעורי הנקודה C הם $(9,-1)$ הוכח כי משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
ד. חשב את שטח המשולש ABC.
פתרון: א. $B(6,5)$. ב. $A(12,8)$. ד. 22.5 יח"ר.



שאלה 28 - בגרות 803/382 קיץ 2014 מועד ב'

הנקודות $A(4,1)$ $B(8,3)$ הם שני קדקודים במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB=AC$).
הצלע BC מונחת על הישר $y=-x+11$.
מנקודה A הורידו גובה לצלע BC. הגובה חותך את BC בנקודה D ואת ציר ה- x בנקודה E (ראה ציור).
א. (1) מצא את שיפוע הישר AD.
(2) מצא את משוואת הישר AD.
ב. מצא את שיעורי הנקודות D, E ו-C.
ג. הסבר מדוע המשולש CEB הוא שווה-שוקיים.



פתרון: א. (1) $y=-x+11$. ב. $C(6,5)$, $D(7,4)$, $E(3,0)$.

שאלה 29 - בגרות 803/382 חורף 2015

האלכסונים במעוין ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נתון: A(6,5) C(-2,1)

א. מצא את השיעורים של הנקודה M.

ב. מצא את משוואת האלכסון BD.

ג. נתון כי הצלע AB מקבילה לציר ה-x.

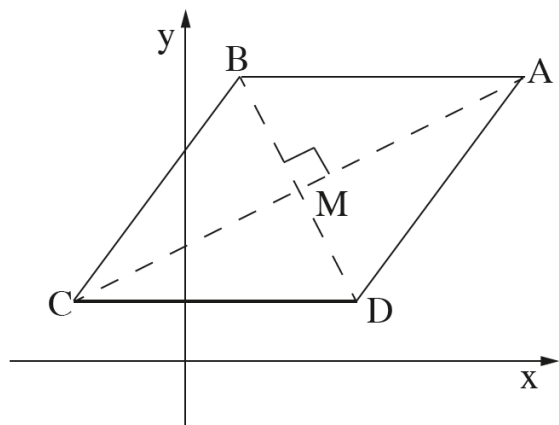
(1) מהו שיעור ה-y של הקדקוד B?

(2) מצא את שיעור ה-x של הקדקוד B.

(3) מצא את שטח המשולש ABC.

(4) מצא את שטח המעוין ABCD.

פתרון: א. M(2,3) ב. $Y = -2x + 7$ ג. (1) $y = 5$ (2) 10 יח"ר (3) 20 יח"ר $S =$



שאלה 30 - בגרות 803/382 קיץ 2015

נתונים שני ישרים I ו-II :

$$I. y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$II. y = \frac{1}{2}x - 4$$

ישר I חותך את ציר ה-x בנקודה B.

ישר II חותך את ציר ה-x בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודה A, ואת השיעורים של הנקודה B.

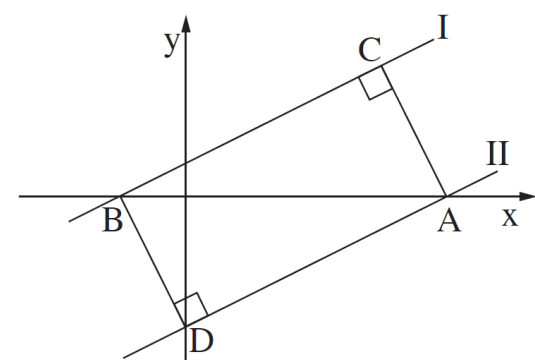
ב. (1) מצא את משוואת האנך AC.

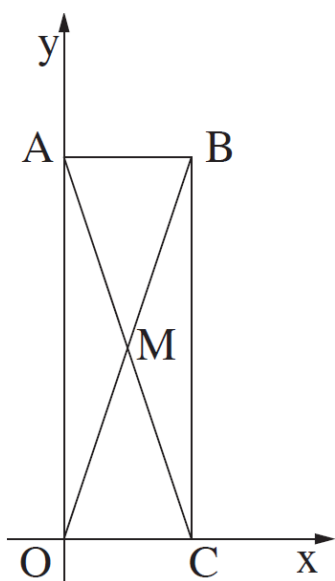
(2) מצא את השיעורים של הנקודה C.

ג. איזה מרובע הוא ACBD? נמק.

ד. מצא את שטח המרובע ACBD.

פתרון: א. A(8,0) B(-2,0) ב. (1) $y = -2x + 16$ (2) C(6,4) ג. מלבן. ד. 40 יח"ר.





שאלה 31- בגרות 803/382 קיץ מועד ב 2015

נתון מלבן ABCO, ששתיים מצלעותיו מונחות על הצירים, כמתואר בציור.

האלכסון AC מונח על ישר שמשוואתו $y = -3x + 9$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הישר AC עם הצירים.

ב. מהי משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB?

ג. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד B.

(2) מצא את משוואת האלכסון OB.

ד. אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M.

מצא את שטח המשולש AMB.

פתרון: א. $C(3,0)$ $A(0,9)$ ב. $Y=9$ ג. (1) $(3,9)$ (2) $y=3x$ ד. 6.75 יח"ר $S=$

הקו הישר מתקדם

✓ המשוואה הכללית של הישר

המשוואה הכללית של הישר היא: $Ax+By+C=0$

✓ משוואת הישר עפ"י הקטעים שהוא מקצה על הצירים

אם ישר חותך את ציר ה-x בנקודה $(p,0)$ ואת ציר ה-y בנקודה $(0,q)$ נציב בנוסחה למשוואת ישר דרך שתי נקודות:

$$y - 0 = \frac{q - 0}{0 - p}(x - p)$$

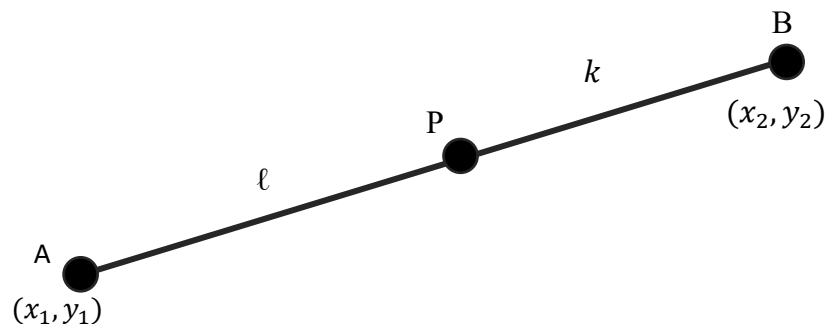
כלומר:

$$y = -\frac{p}{q}x + q$$

נזיז אגפים ונסדר נקבל:

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

✓ חלוקת קטע ביחס נתון



$$x_p = \frac{k \cdot x_2 + l \cdot x_1}{k + l} \text{ אז מתקיים: } \frac{AP}{PB} = \frac{k}{l}$$

✓ תרגיל 1

נתונות הנקודות: $A(14,16)$, $B(8,-4)$. מצא נקודה P הנמצאת על הקטע AB כך שהיחס בין AP ל-BP יהיה 2:3 (הנקודה: $P(11.6,9)$)

✓ תרגיל 2

הנקודה $P(0,6)$ נמצאת על הקטע AB, שקצותיו בנקודות $A(8,-4)$, $B(-12,21)$. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה את הקטע. (פתרון: יחס 2:3)

תרגיל 3 ✓

מצאו על הקטע AB שקצותיו הם: A (9 , 5) ו- B (-5 , -2)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{3}{4}$$

(פתרון שיעורי הנקודה M : (3 , 2))

תרגיל 4 ✓

בטרפז ABCD שבו $AB \parallel DC$

נתון: A(-5,-1) , B(7,-5) ו- C(5,-2)

מצא את הקודקוד D , אם נתון שהמשכי השוקיים של הטרפז נפגשים בנקודה (-1,7).

(פתרון: D(-4,1))

נקודת מפגש תיכונים – מרכז הכובד של המשולש ✓

$$x_m = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_m = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

תרגיל 5 ✓

קודקודיו של משולש הם: (1,3) , (-4,1) , (-3,8). מצא את נקודת מפגש התיכונים.

(פתרון: (-2,4))

תרגיל 6 ✓

אחד מקודקודי משולש הוא בנקודה (10,8)

אמצע אחת מהצלעות הוא בנקודה (7,2) ומפגש התיכונים הוא בנקודה (4,2).

מצא את שני הקודקודים האחרים של המשולש

(פתרון: קודקודים: (4,-4) , (-2,2))

ניצבות של ישרים משוואה מפורשת

אם משוואות הישרים הן $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ו- $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ אז התנאי הניצבות הוא:

$$A_1A_2 = -B_1B_2$$

תרגיל 7

מצא את משוואת הישר הניצב לישר $2x-4y+6=0$ והעובר בנקודה $(-3,4)$

(פתרון: $2x+y+2=0$)

תרגיל 8

מצא את משוואת הגובה לצלע AC במשולש ABC

שקדקודיו הם $A(-1,4)$, $B(3,4)$ ו- $C(5,-5)$

(פתרון: $-2x+3y-6=0$)

תרגיל 9

מצא לאילו ערכי k הישרים הבאים ניצבים זה לזה:

$$kx + 2y - \frac{1}{3} = 0 ; 2x-4y+2=0$$

(פתרון: $k=4$)

תרגיל 10

מצא את נקודת מפגש הגבהים שקדקודיו הם:

$(-8,2)$, $(4,8)$, $(8,-6)$

(פתרון: $(2.5,5)$)

תרגיל 11

משוואת התיכון ומשוואת הגובה במשולש היוצאים מאותו קודקוד הן בהתאמה:

$$3x+y=0 \text{ ו- } 3x+2y-3=0$$

אחד מהקודקודים הוא בנקודה $(-2,-1)$. מצא את שני הקודקודים האחרים של המשולש.

(פתרון: $(4,1)$, $(-1,3)$)

✓ הזווית בין שני ישרים

**נושא זה ירד במסגרת גאומטריה אנליטית אך נשאר במסגרת וקטורים ולכן נלמד גם פה

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \right|$$

קביעת הסימן של טנגנס הזווית שבין הישרים

נעזר בכלל שימנע את הצורך להשתמש בערך מוחלט.

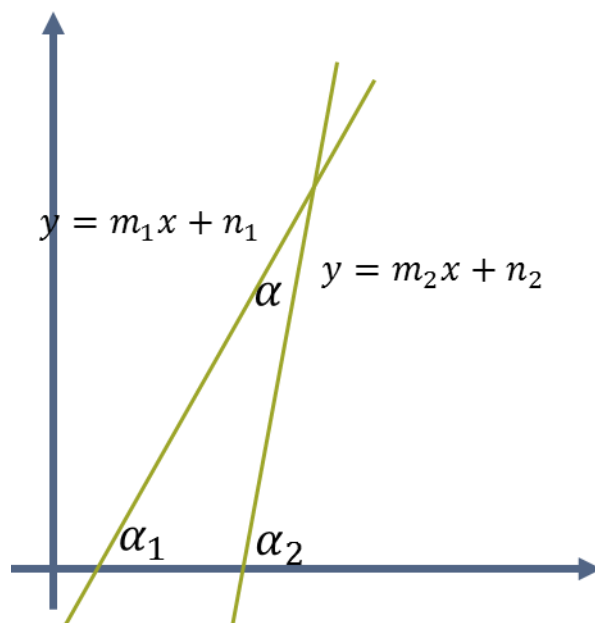
אם m_1 ו- m_2 הם שיפועי הישרים אז מה שקובע את סימן $\tan \alpha$ (הסימן של המנה $\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$) הוא המונה: $m_2 - m_1$.

נניח שמפגש הישרים הוא מרכזו של שעון.

אם נתקדם בכיוון מחוגי השעון ונקפיד על כך שהישר ששיפועו m_1

יהיה אחרי הישר ששיפועו m_2 אז המנה $\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$

תיתן תמיד את הסימן הנכון של טנגנס הזווית שבין הישרים.



✓ תרגיל 12

מצא את הזווית החדה שבין הישרים:

$$x - 3y + 3 = 0, \quad 2x - y - 3 = 0$$

(פתרון: 45°)

✓ תרגיל 13

מצא את הזווית החדה שבין הישרים:

$$y = 3x - 4, \quad y = x + 4$$

(פתרון: 26.565°)

✓ מרחק בין שני ישרים מקבילים

המרחק בין שני ישרים מקבילים הוא אורכו של אנך כלשהו המחבר אותם.
אם ישר א' וישר ב' מקבילים אז אפשר לדאוג ש המקדמים A ו-B יהיו זהים כלומר מתקיים:

$$\text{ישר א': } AX+BY+C_1=0$$

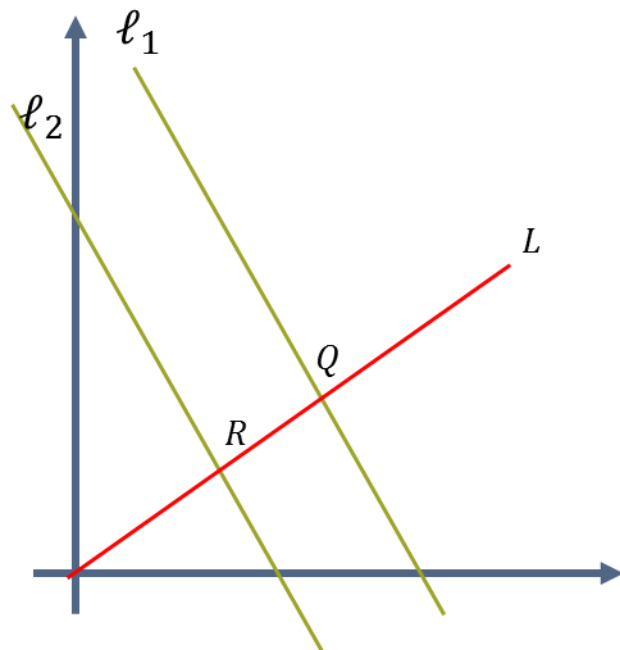
$$\text{ישר ב': } AX+BY+C_2=0$$

כדי למצוא את המרחק d שבין הישרי נעביר ישר L המאונך לשני הישרים העובר דרך ראשית הצירים.

משוואת הישר המאונך היא: $y = \frac{B}{A}x$ (מכיוון ששיפוע הישרים המקבילים הוא $-\frac{A}{B}$)

את שיעור נקודה Q נקבל מפתרון מערכת המשוואות של האנך ושל ℓ_1 :

$$\begin{cases} y = \frac{B}{A}x \\ Ax + By + C_1 = 0 \end{cases}, Q\left(-\frac{AC_1}{A^2 + B^2}, -\frac{BC_1}{A^2 + B^2}\right)$$



את שיעור נקודה Q נקבל מפתרון מערכת המשוואות של האנך ושל ℓ_1 :

$$\begin{cases} y = \frac{B}{A}x \\ Ax + By + C_1 = 0 \end{cases}, Q\left(-\frac{AC_1}{A^2 + B^2}, -\frac{BC_1}{A^2 + B^2}\right)$$

את שיעור נקודה R נקבל מפתרון מערכת המשוואות של האנך ושל ℓ_2 :

$$\begin{cases} y = \frac{B}{A}x \\ Ax + By + C_2 = 0 \end{cases}, R\left(-\frac{AC_2}{A^2 + B^2}, -\frac{BC_2}{A^2 + B^2}\right)$$

נחשב את אורך הקטע QR לפי מרחק בין שתי נקודות:

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

קביעת הסימן למרחק בין שני ישרים מקבילים

במונה מופיע הביטוי $C_1 - C_2$, ביטוי זה יכול לקבל ערך חיובי ושלילי (אם שווה לאפס הישרים מתלכדים). כדי לדעת האם סימן הביטוי הוא חיובי או שלילי:

(1) נרשום את משוואת הישרים המקבילים כך שהמקדם b של y הוא חיובי. אם המקדם b הוא שלילי נכפול את המשוואה ב- (-1) כדי לקבל מקדם חיובי.

(2) אם הישר ℓ_2 נמצא מעל הישר ℓ_1 , אז הביטוי $C_1 - C_2$ הוא חיובי והנוסחה: $d = + \frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

(3) אם הישר ℓ_2 נמצא מתחת לישר ℓ_1 , אז הביטוי $C_1 - C_2$ הוא שלילי והנוסחה: $d = - \frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

מרחק בין שני ישרים מקבילים

אם הישרים אינם מקבילים לציר ה- y אפשר לכתוב את משוואותיהם בצורה:

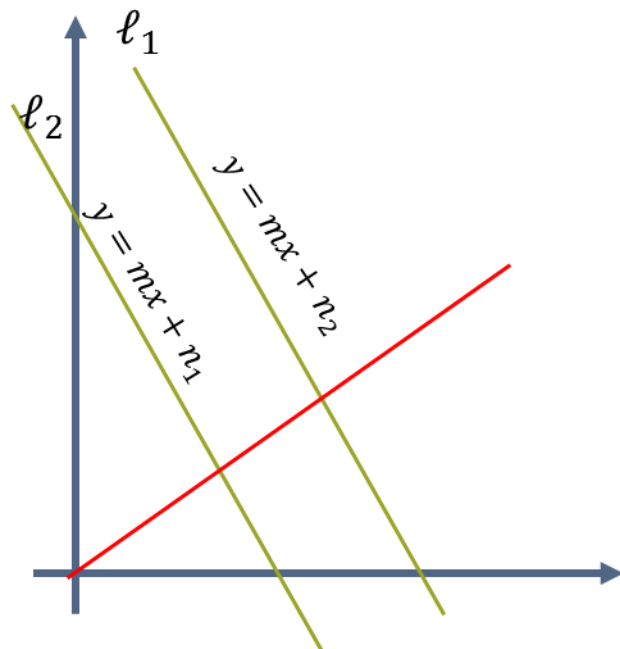
$$y = mx + b_1 \text{ ו- } y = mx + b_2$$

$$\text{כלומר: } -mx + y - b_1 = 0 \text{ ו- } -mx + y - b_2 = 0$$

לכן המרחק הוא:

$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

לגבי סימן המרחק בין שני הישרים בצורת הצגה זו קל יותר כי אם $b_1 < b_2$ אז ברור שהישר (2) מעל הישר (1).



תרגיל 14

מצא את המרחק בין הישרים:

$$3x-2y=7 \quad (1)$$

$$6x-4y=-12 \quad (2)$$

(פתרון: $\sqrt{13}$)

תרגיל 15

מצא את משוואות שני הישרים המקבילים לישר $2x-3y=7$ והנמצאים במרחק $\sqrt{13}$

(פתרון: $2x-3y+6=0$; $2x-3y-20=0$)

תרגיל 16

נתונים שני הישרים המקבילים $x+3y+1=0$ ו- $x+3y-5=0$. מצא את משוואתו של ישר שלישי, המקביל לשניהם, שמרחקו מאחד משני הישרים הנ"ל שווה למרחק שביניהם

(פתרון: $x+3y+7=0$; $x+3y-11=0$)

תרגיל 17

במשולש שווה שוקיים, משוואת הבסיס היא $x+2y-10=0$ והמשוואה של אחת השוקיים היא $y+5.5x=0$. השוקיים נפגשות בראשית הצירים.

א. מצא את משוואת השוק השנייה של המשולש.

ב. בתוך המשולש, במרחק $\sqrt{5}$ מהבסיס, מעבירים ישר המקביל לבסיס. מצא את משוואת הישר המקביל.

(פתרון: א. $y=0.5x$ ב. $x+2y-5=0$)

✓ מרחק בין נקודה לישר

כיצד נמצא את המרחק של הנקודה $P(x_1, y_1)$ מהישר $Ax + By + C = 0$?

נטפל בנושא זה בשיעור וקטורים ונזכיר את הנוסחה.

המרחק של הנקודה (x_1, y_1) מהישר $Ax + By + C = 0$ הוא

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

המרחק של נקודה מישר הוא אורך האנך מהנקודה לישר.

הנוסחה למרחק בין נקודה $k(x_0, y_0)$ לישר $Ax + By + C = 0$ הוא:

$$d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

בחישוב מרחק מנקודה לישר המוצג בצורה מפורשת נציג את הישר: $-mx + y - n = 0$

$$d = \pm \frac{-mx_0 + y_0 - n}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

✓ קביעת הסימן למרחק שבין נקודה לישר

כדי להיעזר בכלל נקפיד על שני דברים:

(1) הסימן לפני השורש שבמכנה חייב להיות תמיד חיובי.

(2) המקדם של y במשוואה $Ax + By + C = 0$ צריך להיות חיובי. אם הוא שלילי כופלים את המשוואה ב-(-1).

הכלל:

המרחק $\frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ של הנקודה (x_1, y_1) מהישר $Ax + By + C = 0$ שבו $B > 0$ הוא חיובי אם הנקודה מעל לישר והוא שלילי אם הנקודה מתחת לישר.



✓ תרגיל 18

מצא בתרגילים הבאים את משוואותו של ישר (או ישרים):

א. שעובר בנקודה $(3, 1)$ ומרחקו מראשית הצירים הוא: $\sqrt{5}$

ב. שעובר בנקודה $(4, 3)$ ומרחקו מהנקודה $(1, 2)$ הוא 3.

(פתרון: א. $x + 2y - 5 = 0$; ב. $-2x + y + 5 = 0$; ג. $x = 4$; ד. $4x + 3y - 25 = 0$)

✓ תרגיל 19

מצא את מרחק הנקודה $(-1, -2)$ מהישר העובר דרך הנקודות $(4, -5)$ ו- $(-4, 10)$.
(פתרון 3)

✓ תרגיל 20

מצא את מרחקה של הנקודה $(3, -2)$ מהישר $y = 2x + 2$.
(פתרון $2\sqrt{5}$)

✓ תרגיל 21

מצא על הישר $y = x - 2$ נקודה הנמצאת ברביע השלישי ומרחקה מהישר $y = 3x + 10$ הוא $\sqrt{40}$.
(פתרון $(-16, -18)$)

✓ תרגיל 22

צלעותיו של משולש הן:
 $(1) -x + 3y - 5 = 0$, $(2) -3x + y + 9 = 0$, $(3) x + 3y + 27 = 0$
מצא בתוך המשולש נקודה הנמצאת במרחק שווה מצלעות (1) ו- (2) ובמרחק הגדול פי 2 מהמרחק הנ"ל
מהצלע (3)
(פתרון $((-1, -2))$)

✓ תרגיל 23

צלעותיו של משולש הן:
 $(1) -4x + 3y + 59 = 0$, $(2) 4x + 7y + 12 = 0$, $(3) x - 8y + 3 = 0$
מצא בתוך המשולש נקודה הנמצאת במרחק שווה מהישרים (1) ו- (2) ובמרחק 5 מהישר (3)
(פתרון: $((7, -2))$)

✓ תרגיל 24

מצא את משוואת הישר שמרחקו מהנקודה $(4, 1)$ הוא $2\sqrt{10}$ ושיפועו 3.
(פתרון: $-3x + y + 31 = 0$; $-3x + y - 9 = 0$)

✓ תרגיל 25

צלעותיו של משולש הן $4x + 3y = 0$, $12x - 5y = 0$, $x = 15$
א. מצא את מרכז המעגל שחוסם במשולש.
ב. מצא את רדיוס המעגל שחוסם במשולש.
ג. מצא את שטח המשולש
(פתרון: א. $(8, 1)$ ב. 7 ג. 420 יח"ר)

✓ תרגיל 26 (אין פתרון מוקלט)

קצותיו של היתר במשולש ישר זווית OKT הם: $O(0, 0)$ ו- $K(5, -5)$
מצא את קודקוד הזווית הישרה T אם נתון שהוא נמצא מעל ליתר ושטח המשולש הוא 10
(אין עדין פתרון מוקלט. פתרון סופי: $(6, -2)$ או $(1, 3)$)

✓ תרגיל 27 (אין פתרון מוקלט)

מצא נקודה, שמרחקה מכל אחד מהישרים:

(1) $3x-4y=1$, (2) $3x+4y=1$ הוא 1.6

(אין עדין פתרון מוקלט. פתרון: $(-\frac{7}{3}, 0)$, $(\frac{7}{3}, 0)$, $(\frac{1}{3}, -2)$, $(\frac{1}{3}, 2)$)

תרגיל 28

מצא את משוואתו של ישר שמרחקו מראשית הצירים הוא 4 ומרחקו מהנקודה (5,5) הוא 3.
(הבחן בין שני מקרים: (1) הישר עובר בין הנקודות. (2) הישר אינו עובר ביניהן.)
(פתרון: מקרה ראשון: $4x+3y-20=0$; $3x+4y-20=0$ מקרה שני: $-3x+4y+20=0$, $-4x+3y+20=0$, $-3x+4y-20=0$, $-4x+3y-20=0$)

תרגיל 29

במשולש ABC משוואות הצלעות AB ו-BC הן בהתאמה $-x+y-3=0$ ו- $x+2y+3=0$.
אורכי הגבהים לצלעות BC ו-AC הם בהתאמה $\sqrt{45}$ ו-5.
מצא את קודקודי המשולש אם נתון שראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש.
(פתרון: $(2,5)$, $(-3,0)$, $(2,-2.5)$)

תרגיל 30

במשולש ABC נתון $A(0,0)$, $B(2,4)$. אורכי הגבהים לצלעות AC ו-BC הם בהתאמה $\sqrt{10}$ ו- $\sqrt{18}$.
מצא את הקודקוד C אם נתון שהמשולש נמצא ברביע הראשון.
(פתרון: $(9,3)$ או $(4.5, 1.5)$)

תרגיל 31

במקבילית ABCD, ששטחה 40, נתון: $A(0,5)$, $B(8,1)$.
א. מצא את משוואת הצלעות AB ו-CD אם נתון שהצלע CD נמצאת ברביע הראשון.
ב. מצא את משוואות הצלעות BC ו-AD אם נתון שאורך כל אחת מהן הוא 5.
(פתור מבלי למצוא את הקודקודים C ו-D).
(פתרון: א. $AB: x+2y-10=0$, $CD: x+2y-20=0$. ב. $AD: -3x+4y-20=0$, $BC: -3x+4y+20=0$)

תרגיל 32

במלבן ABCD נתון $A(0,0)$, $AB=2AD$. הנקודה $(7,-1)$ נמצאת על משוואת הצלע DC והנקודה $(5,10)$ נמצאת על משוואת הצלע BC.
מצא את משוואות הצלעות AB ו-AD ואת אורכן.
(פתרון: 10 ו-5 בהתאמה או 2 ו-1)

שטח משולש על פי קדקודיו

כדי לעשות זאת יש למצוא את המרחק בין שני קדקודים (אורך הצלע)
את משוואת הישר העובר דרך שני הקדקודים
ואת מרחק הקדקוד השלישי מהישר הנ"ל (הגובה לצלע).

תרגיל 33

מצא את שטח המשולש ABC שקדקודיו הם: $(3,5)$ $(-2,-2)$ $(-1,3)$
(פתרון 36 יח"ר)

תרגיל 34

במשולש ABC נתון: $A(5,2)$, $B(6,-1)$ והקודקוד C נמצא על ציר ה-y.
מצא את שיעורי הקודקוד C ואת שטח המשולש אם נתון שהגובה לצלע BC הוא $\sqrt{5}$
פתרון: $(15 \text{ יח"ר } (0,-13) \text{ או } 7.5 \text{ יח"ר } (0,2))$

תרגיל (אין פתרון מוקלט)

במשולש ABC נתון $A(-2,7)$, $C(7,-5)$. אורך הגובה לצלע AC הוא 5 ואורך הגובה לצלע BC הוא $\sqrt{45}$.
מצא את הקודקוד B אם נתון שהוא נמצא מתחת לצלע AC.

תרגיל (אין פתרון מוקלט)

משוואת אחת מצלעות משולש היא $y=-7x$.
אחד מהקודקודים הוא בנקודה $(4,2)$ ומפגש התיכונים הוא על הישר $x=1$.
א. מצא את שיעור ה-y של נקודת מפגש התיכונים.
ב. מצא את שני הקודקודים האחרים של המשולש אם נתון שהוא שווה שוקיים וקודקוד הראש נמצא מעל הבסיס.

תרגיל (אין פתרון מוקלט)

במשולש שווה שוקיים ששטחו 80 משוואות הגבהים לשוקיים הן $y=-x$ ו- $y=7x$.
קודקוד הראש נמצא ברביע הראשון ושני קודקודי הבסיס נמצאים אחד ברביע השני ואחר ברביע השלישי.
א. (1) מצא את הזווית הקהה שבין שני הגבהים לשוקיים.
(2) מצא את זווית הראש של המשולש.
ב. (1) מצא את הזווית שהגובה לבסיס יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.
(2) מצא את משוואת הגובה לבסיס.
ג. חשב את אורך השוק של המשולש (הדרכה: ניתן להיעזר בטריגונומטריה).
ד. מצא את קודקודי המשולש.

גאומטריה אנליטית – מעגל

תזכורת

מיתר - קטע המחבר בין שתי נקודות על המעגל

קוטר - קטע המחבר שתי נקודות על המעגל ועובר דרך נקודת מרכז המעגל. זהו המיתר הארוך ביותר העובר דרך מרכז המעגל

רדיוס - קטע המחבר בין נקודת מרכז המעגל לנקודה על המעגל. כל הרדיוסים במעגל שווים בגודלים, שני רדיוסים שווים בגודלם לקוטר, הרדיוס מהווה חצי מהקוטר



המעגל - אוסף כל הנקודות הנמצאות במרחק קבוע מנקודה קבועה

הנקודה הקבועה היא מרכז המעגל תסומן $M(a,b)$

המרחק הקבוע הוא **רדיוס** (מחוג) המעגל – יסומן ב- R

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \quad \text{נוסחת המעגל:}$$

$M(a,b)$ מרכז המעגל

(x,y) נקודה טיפוסית על המעגל

רשום את משוואת המעגל על פי הנתונים הבאים

(1)

מרכז המעגל: $M(-1,3)$, רדיוס המעגל: $R=2$

$$\text{פתרון: } (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$$

(2)

מרכז המעגל: $M(2,4)$, רדיוס המעגל: $R=5$

$$\text{פתרון: } (x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$$

(3)

מרכז המעגל: $M(3,-2)$, רדיוס המעגל: $R=2$

$$\text{פתרון: } (x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

(4)

מרכז המעגל: $M(0,0)$, רדיוס המעגל: $R=5$

פתרון: $x^2 + y^2 = 25$

רשום את שיעורי נקודה M ואת אורך הרדיוס על פי משוואת מעגל

(5) $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 100$ ✓

פתרון: $R=10$, $M(5,-3)$

(6) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$ ✓

פתרון: $R=3$, $M(-2,3)$

(7) $(x - 2)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 13$ ✓

פתרון: $R=\sqrt{13}$, $M(2,0.5)$

(8) ✓

לפניך מעגל שמרכזו בנקודה $M(3,2)$.

המעגל עובר דרך הנקודה $A(6,6)$.

א. מצא את רדיוס המעגל.

ב. מצא את משוואת המעגל.

פתרון: א. $R=5$. ב. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

מעגל קנוני

זהו מעגל מיוחד

מעגל שמרכזו בראשית הצירים. $M(a,b)=(0,0)$

לכן נציב במשוואת המעגל $(0,0)=(a,b)$

נוסחת המעגל: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 = R^2$$

(9)

לפניך מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

המעגל עובר דרך הנקודה $A(6,8)$.

א. מצא את רדיוס המעגל.

ב. מצא את משוואת המעגל.

פתרון: א. $R=10$ ב. $x^2 + y^2 = 100$

מיקומה של נקודה ביחס למעגל

כדי למצוא את מיקומה של נקודה ביחס למעגל, נציב את שיעורי הנקודה (x,y) במשוואת המעגל:

אם מתקיים ש: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, אז הנקודה נמצאת על המעגל.

אם מתקיים ש: $(x-a)^2 + (y-b)^2 > R^2$, אז הנקודה נמצאת מחוץ למעגל.

אם מתקיים ש: $(x-a)^2 + (y-b)^2 < R^2$, אז הנקודה נמצאת בתוך המעגל.

מיקומה של נקודה ביחס למעגל

(10)

$$(x-6)^2 + (y+3)^2 = 25$$

קבע בעזרת חישוב האם הנקודות: $A(3,1)$, $B(2,0)$, $C(4,5)$, $D(0,1)$, $E(4,-5)$

נמצאות על המעגל, בתוך המעגל או מחוץ למעגל.

פתרון: על המעגל: A, B , מחוץ למעגל: C, D . בתוך המעגל: E .



(11)

נתון המעגל $x^2 + y^2 = 25$

א. המעגל חותך את ציר ה- y בשתי נקודות. מצא את שיעורי הנקודות האלה.

ב. המעגל חותך את ציר ה- x בשתי נקודות. מצא את שיעורי הנקודות האלה.

פתרון: א. $(0,5)$, $(0,-5)$ ב. $(5,0)$, $(-5,0)$



(12)

מצא את נקודות החיתוך של המעגל $(x+7)^2 + (y-6)^2 = 64$ עם הצירים.

פתרון: $(-1.708,0)$, $(-12.29,0)$, $(0,2.127)$, $(0,9.87)$



(13)

נתונה משוואת המעגל $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 20$

מצא את הנקודות הנמצאות על המעגל, כאשר נתון ששיעור ה- y של הנקודה הוא 8.



(14)

נתון המעגל $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$

מצא את הנקודה הנמצאת על המעגל ברביע הראשון אשר שיעור ה- x שלה הוא 5.

משוואת המשיק למעגל

משפט – המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

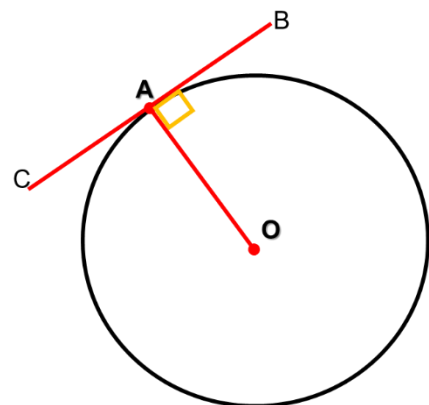
משפט הפוך – ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.

השלים למציאת משוואת משיק למעגל בנקודה A

1. נחשב את השיפוע של הרדיוס m_{OA}

2. המשיק מאונך לרדיוס ולכן מתקיים $m_{BC} = -\frac{1}{m_{OA}}$

3. נבנה את משוואת המשיק באמצעות נקודה ושיפוע.



(15)

מצא את משוואת המשיק למעגל $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$ העובר בנקודה $A(0,3)$ שעל המעגל.

פתרון: $y = -3x + 3$

(16)

מצא את משוואת המעגל שמרכזו ברביע הראשון, רדיוסו 6 והוא משיק לשני הצירים

פתרון: $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 36$

(17)

מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה $(-2,3)$ והוא משיק לציר ה-y

פתרון: $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

(18)

נתון מעגל שמשוואתו: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 36$

א. האם המעגל הזה עובר דרך ראשית הצירים? נמק.

ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך מרכז המעגל.

ג. האם המעגל משיק לאחד הצירים? נמק.

פתרון: א. כן. ב. $y = -0.75x$. ג. המעגל לא משיק לציר ה-x ולא משיק לציר ה-y

(19)

א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה (6,4) והוא משיק לציר ה-y.

ב. האם המעגל שבסעיף א משיק לציר ה-x? נמק.

פתרון: א. $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 36$. ב. לא.

 (20)

א. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה (4,6) והוא משיק לציר ה-x.

ב. האם המעגל שבסעיף א משיק לציר ה-y? נמק.

פתרון: א. $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 36$. ב. לא.

 (21)

קדקודי המלבן ABCD הם: D(10,3) , C(7,-3) , B(-1,1) , A(2,7)

א. מצא את משוואת המעגל שהאלכסון AC הוא קוטרו.

ב. הראה שהמעגל עובר דרך הקדקודים B ו-D.

פתרון: א. $(x-4.5)^2 + (y-2)^2 = 31.25$. ב. הוכח

 (22)

מצא את נקודות החיתוך של המעגל $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 10$ עם הישר $y=2x-4$

פתרון: (3,2) , (5,6)

 (23)

נתון המעגל $(x-6)^2 + (y-3)^2 = 10$ ועליו הנקודה A(5,6).

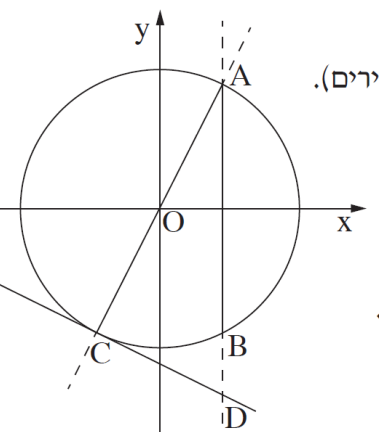
ישר העובר דרך מרכז המעגל ודרך הנקודה A חותך את המעגל בנקודה נוספת B.

מצא את שיעורי הנקודה B

פתרון: (7,0)

שאלה 22 – בגרות 803/382 חורף 2013

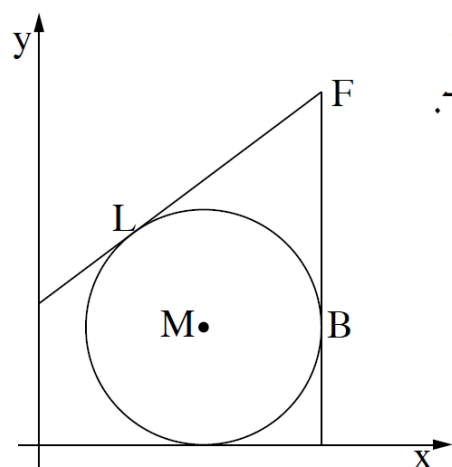
בציור שלפניך נתון המעגל $x^2 + y^2 = 125$ (O-ראשית הצירים)
A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם הישר $x=5$. AC הוא קוטר במעגל.
א. מצא את שיעורי הנקודה A ו-B.



ב. מצא את משוואת הישר שעליו מונח קוטר המעגל AC
ג. מעבירים משיק למעגל בנקודה C. מצא את משוואת המשיק.
ד. ההמשך של הקטע AB חותך את המשיק בנקודה D. מצא את שיעורי הנקודה D.
פתרון: א. $A(5,10)$ $B(5,-10)$ ב. $y=2x$ ג. $y=-0.5x-12.5$ ד. $D(5,-15)$

שאלה 23 – בגרות 803/382 קיץ מועד ב' 2013

נתון מעגל שמשוואתו $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 25$ ומרכזו M.
העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה L שבה $x=4$, כמתואר בציור.
א. (1) מצא את השיפוע של ML. (שיעור ה-y של L גדול מ-1)
(2) מצא את המשוואה של המשיק בנקודה L.
הישר $x=12$ משיק למעגל בנקודה B. שני המשיקים נפגשים בנקודה F, כמתואר בציור.



ב. (1) מצא את השיעורים של הנקודה F.

(2) מצא את שטח המשולש FMB.

פתרון: א. (1) $-\frac{4}{3}$ (2) $y = \frac{3}{4}x + 6$ ב. (1) $F(12,15)$ (2) 25 יח"ר

שאלה 24 – בגרות 803/382 חורף 2014

מעגל שמרכזו בנקודה M(2,4) עובר דרך ראשית הצירים O(0,0)
וחותך את הצירים גם בנקודות A ו-B (ראה ציור).

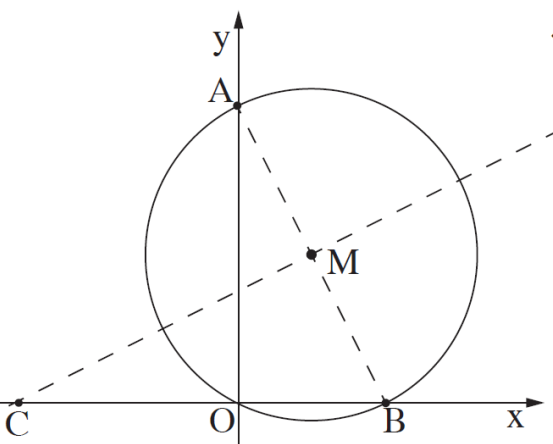
א. מצא את משוואת המעגל.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A ו-B.

ג. הראה כי AB הוא קוטר במעגל.

ד. דרך מרכז המעגל העבירו ישר מאונך ל-AB. החותך את ציר ה-x בנקודה C (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה C.

פתרון: א. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$ ב. $A(0,8)$, $B(4,0)$ ג. הוכחה. ד. $C(-6,0)$



שאלה 25 - בגרות 803/382 קיץ מועד א 2014

נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + (y - 5)^2 = R^2$ ומרכזו M

הנקודה A(4,8) נמצאת על המעגל.

א. מצא את R ורשום את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x. הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת B (ראה ציור)

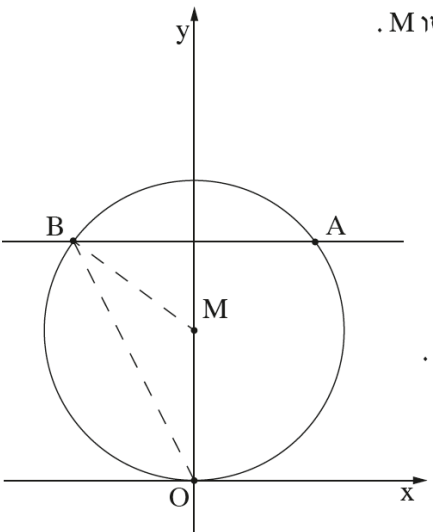
ב. (1) מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה-x.

(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) הראה בעזרת חישוב כי המעגל עובר דרך ראשית הצירים O.

(2) מצא את היקף המשולש BMO. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(פתרון: א. $x^2 + (y - 5)^2 = 25$, $R=5$. ב. (1) $y=8$ (2) $B(-4,8)$ ג. (1) הוכחה. (2) 18.94 יח').



שאלה 26 - בגרות 803/382 קיץ מועד ב 2014

נתון מעגל שמרכזו M, ומשוואתו $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 125$

בנקודה A שעל המעגל העבירו משיק ששיפועו 2- שיעור ה-x של הנקודה A הוא 16 (ראה ציור).

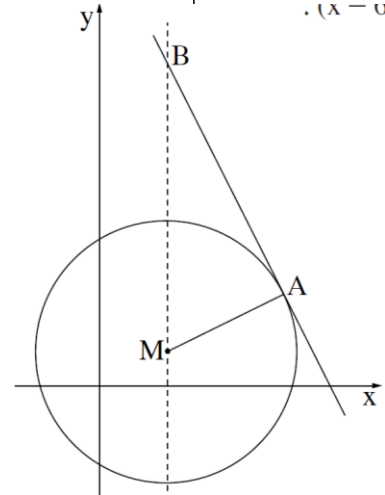
א. (1) מצא את שיעור ה-y של נקודה A.

(2) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

ב. הישר $x=6$ חותך את המשיק שמצאת בסעיף א בנקודה B, כמתואר בציור. מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. מצא את שטח המשולש AMB

(פתרון: א. (1) $y_A = 8$ (2) $y = -2x + 40$. ב. $B(6,28)$ ג. 125 יח'ר).



שאלה 27 - בגרות 803/382 חורף 2015

נתון מעגל המקיים: $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = R^2$. הנקודה M היא מרכז המעגל. הנקודה B(2,-6) נמצאת על המעגל (ראה ציור).

א. מצא את R^2 , ורשום את משוואת המעגל.

ב. מצא את משוואת הישר BM. הישר BM חותך את המעגל בנקודה נוספת A.

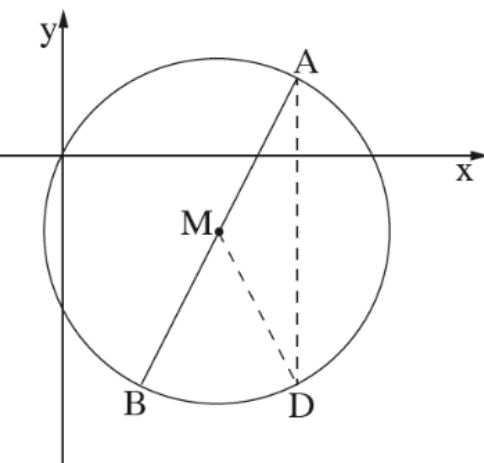
ג. מצא את השיעורים של הנקודה A. דרך הנקודה A העבירו ישר מקביל לציר ה-y.

הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת D (ראה ציור).

ד. (1) מצא את השיעורים של הנקודה D.

(2) מצא את אורך המיתר AD.

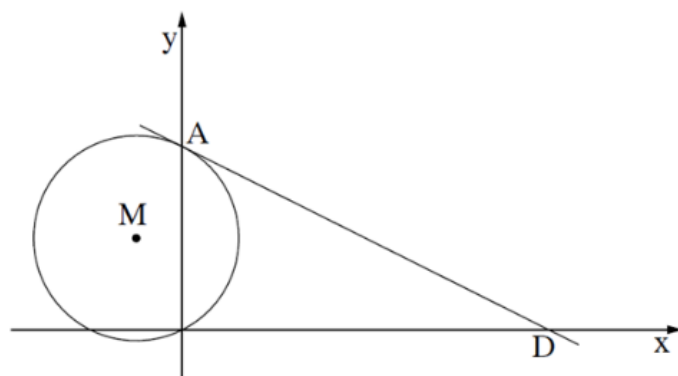
(פתרון: א. $R^2 = 20$, $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 20$. ב. $Y = 2x - 10$ ג. $A(6,2)$ ד. (1) $D(6,-6)$ (2) 8 יחידות. AD=



שאלה 28 – בגרות 803/382 קיץ מועד א 2015

נתון מעגל שמשוואתו: $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$.

המעגל חותך את ציר ה-y בחלקו החיובי בנקודה A (ראה ציור).



א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

M הוא מרכז המעגל.

המשך AM חותך את המעגל בנקודה C.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. מצא את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה D.

ד. מצא את השיעורים של הנקודה D.

פתרון: א. $A(0,8)$ ב. $C(-4,0)$ ג. $y = -0.5x + 8$ ד. $D(16,0)$

שאלה 29 – בגרות 803/382 קיץ מועד ב 2015

מעגל שמרכזו $M(4,5)$ משיק לציר ה-x בנקודה A (ראה ציור).

א. מהו שיעור ה-x של הנקודה A?

ב. (1) מהו האורך של רדיוס המעגל?

(2) רשום את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודה B ו-C (B מעל C).

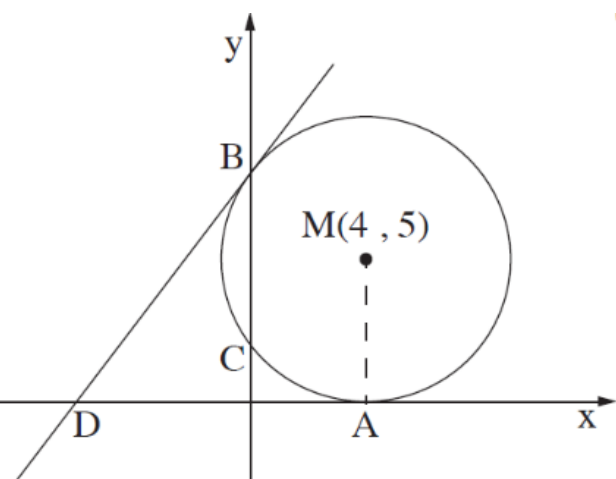
ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה B ואת השיעורים של הנקודה C.

(2) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה B.

ד. המשיק, שאת משוואתו מצאת בתת סעיף ג(2),

חותך את ציר ה-x בנקודה D (ראה ציור).

מצא את היקף המשולש DAM.



פתרון: א. $x_A = 4$ ב. (1) $R=5$ (2) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$ ג. (1) $B(0,8)$, $C(0,2)$ (2) $y = 1\frac{1}{3}x + 8$ ד. 26.18 יחידות.

משוואת מעגל לא מסודרת

כאשר משוואת המעגל נתונה בצורתה המסודרת: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ קל למצוא את מרכז המעגל ואת הרדיוס, אך אם נפתח את המשוואה ונסדר את האיברים על פי סדר חזקות יורד נקבל את המשוואה:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$$

את המשוואה הזו נרשום כך:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

נראה בעזרת דוגמה איך ניתן למצוא ממשוואה זו את מרכז המעגל ורדיוסו.

דוגמה

מצא את מרכזו ורדיוסו של מעגל שמשוואתו היא:

$$9x^2 + 9y^2 - 18x + 54y - 135 = 0$$

פתרון: $R=5$, מרכז המעגל $(1, -3)$ ורדיוסו $R=5$.

מצא את מרכז המעגל ואת רדיוס המעגל על פי המשוואות:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0 \quad (30)$$

פתרון $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0 \quad (31)$$

פתרון $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$

$$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 2 = 0 \quad (32)$$

פתרון $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 50$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 45 = 0 \quad (33)$$

פתרון $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 50$

תרגיל 34

מצא את משוואתו של מעגל שהנקודות $A(2,1)$, $B(2,-7)$ הן קצות קוטר שלו.

פתרון: $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$

תרגיל 35

מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש שקודקודיו הם: $A(6,6)$, $B(5,-1)$, $C(-3,3)$

פתרון $M(2,3)$

התנאים שמשוואה ממעלה שנייה מייצגת מעגל

משוואה של מעגל היא משוואה ממעלה שנייה ובה המשתנים x ו- y שמאפיינים אותה שני דברים:

(1) המקדמים של x^2 ו- y^2 שווים זה לזה ושונים מאפס.

(2) האיבר xy איננו מופיע.

משפט הפוך/ טענה:

למשוואה ממעלה שנייה ב- x וב- y , שהמקדמים של x^2 ו- y^2 שווים זה לזה והמקדם של xy הוא 0, מתאים מעגל או נקודה בודדת או הקבוצה הריקה.

המשוואה היא:

$$\left(x + \frac{C}{2A}\right)^2 + \left(y + \frac{D}{2A}\right)^2 = \frac{C^2 + D^2 - 4AE}{4A^2}$$

במשוואה זו אגף שמאל הוא סכום של שני ריבועים ולכן הוא תמיד אי שלילי.

נשים לב למקרים הבאים:

(1) **מעגל:** אם $C^2 + D^2 - 4AE > 0$ אז גם: $\frac{C^2 + D^2 - 4AE}{4A^2} > 0$ מכיוון שהמכנה חיובי תמיד $4A^2 > 0$ לכל

$A \neq 0$. במקרה זה מתקבל מעגל שמרכזו בנקודה: $\left(-\frac{C}{2A}, -\frac{D}{2A}\right)$ ורדיוס: $R = \frac{\sqrt{C^2 + D^2 - 4AE}}{|2A|}$.

(2) **נקודה בודדת:** אם $C^2 + D^2 - 4AE = 0$ נקבל: $\left(x + \frac{C}{2A}\right)^2 + \left(y + \frac{D}{2A}\right)^2 = 0$ כאשר שני הריבועים

שווה לאפס אז כל אחד מהם שווה לאפס. לכן $x + \frac{C}{2A} = 0$ ואז $x = -\frac{C}{2A}$ וגם $y + \frac{D}{2A} = 0$ ואז $y = -\frac{D}{2A}$.

במקרה זה המשוואה מייצגת נקודה בודדת: $\left(-\frac{C}{2A}, -\frac{D}{2A}\right)$.

(3) **הקבוצה הריקה:** אם $C^2 + D^2 - 4AE < 0$ נקבל $\left(x + \frac{C}{2A}\right)^2 + \left(y + \frac{D}{2A}\right)^2 < 0$ זהו מצב בלתי אפשרי

מכיוון שסכום של שני ריבועים הוא תמיד אי-שלילי. ולכן אין נקודה שמקיימת את המשוואה והיא מייצגת את הקבוצה הריקה.

נסכום:

התנאים שהמשוואה: $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ מייצגת מעגל:

$$A = B \neq 0 \quad (1)$$

$$C^2 + D^2 - 4AE > 0 \quad (2)$$

תרגיל 36

מצא לאילו ערכי k המשוואה הבאה $x^2 + y^2 - 4kx - 8k = 0$ מייצגת מעגל.

פתרון: $k < -2$, $k > 0$

תרגיל 37

מצא לאילו ערכי k המשוואה הבאה $x^2 + y^2 - 4kx - 8k = 0$ מייצגת נקודה בודדת מצא את הנקודה.

פתרון: $k = -2 = (4, 0)$, $k = 0 = (0, 0)$

תרגיל 38

מצא לאילו ערכי k המשוואה הבאה $x^2 + y^2 - 4kx - 8k = 0$ מייצגת את הקבוצה הריקה.

פתרון: $-2 < k < 0$

משוואת המשיק למעגל קנוני בנקודה שעליו

הנקודה $A(x_1, y_1)$ היא נקודה על המעגל $x^2 + y^2 = R^2$

משוואת המשיק למעגל בנקודה A : $xx_1 + yy_1 = R^2$

✓ תרגיל 39

מצא את משוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 25$ בנקודה $(3,4)$ שעליו

פתרון: $3x + 4y - 25 = 0$

✓ משוואת המשיק למעגל כללי בנקודה שעליו

כעת נעבור למקרה הכללי כאשר משוואת המעגל היא: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

משוואת המשיק למעגל העובר דרך הנקודה $A(x_1, y_1)$ על המעגל: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$:

$$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = R^2$$

✓ תרגיל 40

מרכזו של מעגל בנקודה $(1,4)$ מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה $(2,1)$

פתרון: $x - 3y + 1 = 0$

✓ משוואת הנורמל למעגל בנקודה שעליו

ישר המאונך למשיק לגרף הפונקציה בנקודת ההשקה נקרא הנורמל לפונקציה.

מכיוון שבמעגל הרדיוס מאונך למשיק בקצו אז הנורמל למעגל בנקודה שעליו הוא למעשה הישר העובר דרך הנקודה ומרכז המעגל.

✓ תרגיל 41

מצא את משוואות המשיק והנורמל למעגל $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 50$ בנקודה $(5,-2)$ שעליו.

פתרונות: $x+7y+9=0$, $7x-y-37=0$

✓ תרגיל בגרות חורף 2015 שאלון 807/582

נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B. MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים בנקודה $P(x,y)$, כמתואר בציור (MN אינו מונח על ציר ה- y).

(1) נסמן $M(x_0, y_0)$. הבע באמצעות x_0 ו- y_0 את משוואת הישר MB, ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x,y)$, הנוצרות באופן שתואר, מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.