

תלמידים יקרים

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **סדרות חשבוניות**, המהווה חלק קטן ממערך הולך וגדל של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בוידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. ✓

openbook
המרכז לקידום אקדמי
info@OpenBook.co.il

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

סדרה חשבונית

לתלמידים המתקשים בסדרה חשבונית וזקוקים לבסיס רחב יותר:

בסוף החוברת יש מאגר שאלות ברמה בסיסית + פתרונות מלאים באתר.

חוקיות סדרה חשבונית והפרש סדרה

סדרה חשבונית היא סדרת מספרים שבה כל מספר (החל מהשני) מתקבל על ידי הוספת מספר קבוע למספר הקודם לו.

אתם מכירים את הסדרה החשבונית, אל לא הכרתם את שמה.

סדרת המספרים הזוגיים: $2,4,6,8,10,\dots$

כל מספר בסדרה הוא איבר,

נסמן את האיבר $(a\text{-בר})$ כך: a

כאשר ליד הסימן- a יש מיקום האיבר בסדרה (n)

איבר כללי נסמן: a_n

דוגמה:

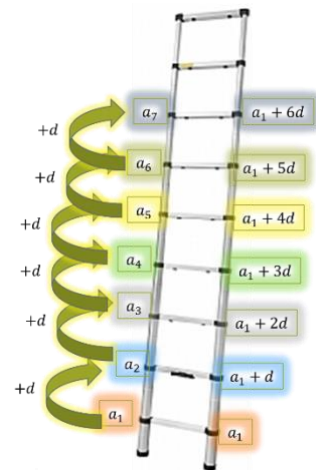
תומר מקבל דמי כיס כל חודש 20 ש"ח. הוריו החליטו להעלות את דמי הכיס בכל חודש ב 5 ש"ח. כסף יקבל תומר כדמי כיס חודשיים לאחר 12 חודשים?

המרכז לקידום אקדמי

השלימו את הסדרות החשבוניות הבאות:

- (1) 21, 31, 41, __, __, __, __
- (2) 120, 115, 110, __, __, __, __
- (3) 37, 41, 45, __, __, __, __
- (4) 75, 78, 81, __, __, __, __

דמיינו שסדרה חשבונית היא כמו סולם, המרחק/גובה בין השלבים זהה.



✓ תרגיל מציאת איבר והפרש סדרה

נתונות סדרות חשבוניות. מצא את הפרש הסדרה (d) והוסף לכל אחת איבר חמישי.

(5) 3, 8, 13, 18, ___ d=___

(6) 2, 5, 8, 11, ___ d=___

✓ תרגיל מציאת איבר והפרש סדרה

נתונות סדרות חשבוניות. מצא את הפרש הסדרה (d) והוסף לכל אחת איבר חמישי.

(7) -21, -15, -9, -3, ___ d=___

(8) 40, 30, 20, 10, ___ d=___

✓ מציאת איבר כללי

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

סדרה חשבונית	a_1 (a-בר ראשון)	d הפרש הסדרה	הצבה לנוסחה: $a_{20} = a_1 + (n - 1) \cdot d$
9) 2, 7, 12, 17,	2	5	
10) 21, 28, 35, 42,			
11) -21, -15, -9, -3			
12) 30, 20, 10, 0			

תרגול - מציאת איבר כללי

- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_3 = 12$, $d = (-6)$. מצאו את a_1 . (13)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_1 = -8$, $d = (-2)$. מצאו את a_6 . (14)
- ✓ נתונה הסדרה: 22,27,32 מצאו את a_{10} . (15)
- ✓ נתונה הסדרה: 95,92,89 מצאו את a_8 . (16)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $a_{16} = 106$, $d = 3$. מצאו את a_1 . (17)
- ✓ בסדרה חשבונית נתון: $12a_{14} =$, $d = (-6)$. מצאו את a_1 . (18)

מציאת מספר איברים (n)

- ✓ (19) נתונה הסדרה: $0, -2, -4, \dots$ האיבר האחרון בסדרה הוא 22. מצא את מיקומו בסדרה.
- ✓ (20) האיבר השלישי הוא 10. האיבר החמישי הוא 14. מצא את האיבר השישי. רשום נתונים ופתור

תרגול – מציאת הפרש הסדרה (d)

- ✓ (21) בסדרה חשבונית נתון: $a_{23} = 75$, $a_1 = 9$. מצאו את d .
- ✓ (22) בסדרה חשבונית האיבר ה-33 הוא 14, האיבר הראשון הוא -18. חשבו את הפרש הסדרה.

תרגילים מציאת איבר כללי

- ✓ (23) המרכז לקידום אקדמי

בסדרה חשבונית 10 איברים. האיבר הראשון הוא 3. הפרש הסדרה הוא 5.

א. מצא את האיבר השביעי.

ב. מצא את האיבר העשירי.

ג. חשב את סכום ארבעת האיברים האחרונים

- ✓ (24)

נתונים המספרים 12 ו-42.

הכנס בין שני המספרים האלה ארבעה מספרים נוספים, כך שכל ששת המספרים יהוו סדרה חשבונית.

(25)

בסדרה חשבונית האיבר הרביעי הוא 6 והאיבר השישי הוא 10.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר הראשון.

(26)

שירן רצה ביום הראשון 3 ק"מ, ובכל יום רצה 2 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם,

כמה ק"מ רצה שירן ביום התשיעי?

(27)

שיראל התאמנה למרוץ אופניים. היא רכבה ביום הראשון 30 ק"מ ובכל יום רכבה 5 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם לו. כמה ק"מ רכבה שיראל ביום העשירי?

(28)

נתונים שלושה איברים עוקבים של סדרה חשבונית: $x+5$, $2x+7$, $4x+8$

א. מצאו את x .

ב. רשמו את איברי הסדרה

openbook
המרכז לקידום אקדמי

סכום איברי הסדרה

את הסכום של 3 איברים נסמן כך : S_3

את הסכום של 4 איברים נסמן כך : S_4

את הסכום של 5 איברים נסמן כך : S_5

את הסכום של n איברים נסמן כך : S_n

$$S_n = \frac{n[2a_1 + d(n - 1)]}{2}$$

✓ (29)

בסדרה החשבונית: 12,15,17,...

א. מצא את a_{10}

ב. מצא את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.

פתרון:

✓ (30)

בסדרה החשבונית: 4,5.5,7,...

א. מצא את האיבר ה-20 בסדרה.

ב. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה

✓ (31)

בסדרה חשבונית שבעה איברים. סכום איברי הסדרה: 147. האיבר הראשון הוא 6.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר האחרון.

✓ (32)

בסדרה חשבונית: 207,200,193,186,... מצא את סכום 12 האיברים הראשונים.

✓ (33)

בסדרה חשבונית 8 איברים. סכום אברי הסדרה הוא 168. האיבר הראשון הוא 7.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר השישי.

(34)

בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 6, והאיבר החמישי הוא 10

א. מצא את הפרש הסדרה

ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ג. בסדרה זו 21 איברים, מצא את סכום איברי הסדרה

(35)

איגור החליט לחסוך כסף למטרת טיסה לתאילנד. בחודש הראשון הוא חסך 100 ₪ ובכל חודש חסך 10 ₪ יותר מהחודש הקודם לו.

א. כמה כסף חסך איגור בחודש ה-12? (a_{12})

ב. כמה כסף חסך סה"כ איגור ב-12 החודשים ביחד? (S_{12})

(36)

סולם עם 16 שלבים, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב-4 ס"מ.

סכום אורכי כל השלבים בסולם הוא 8 מטרים ו-64 ס"מ.

חשבו את אורכו של השלב התחתון בסולם.



איבר כללי מנוסחת סכום

כאשר נתונה הנוסחה לסכום S_n של סדרה כלשהי ניתן למצוא נוסחה לאיבר כללי a_n על פי

$$\text{הקשר: } a_n = S_n - S_{n-1} \quad (\text{עבור } n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 \quad \text{יש לבדוק שאכן}$$

אם נתון הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה ונחסר ממנו את סכום $(n-1)$ האיברים

הראשונים בסדרה, נקבל את האיבר העומד במקום ה- n , כלומר a_n

סכום איברים אחרונים

לא קיימת נוסחה למציאת סכום איברים אחרונים.

למשל אם נתונה סדרה חשבונית: a_1, a_2, a_3, \dots

שהפרשה d ונרצה לחשב את הסכום: $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$ שמתחיל מ- a_{12} .

$$\underbrace{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}}_{11 \text{ ראשונים איברים}}, \quad \underbrace{a_{12}, a_{13}, \dots, a_{19}}_{\text{המבוקש הסכום}}$$

ראשונים איברים 19

להלן שתי שיטות מרכזיות שבעזרתן ניתן לחשב סכום האיברים האחרונים:

דרך א' לפי חיסור סכומים

אם נחסר מסכום 19 האיברים הראשונים בסדרה את סכום 11 האיברים הראשונים בסדרה,

נקבל את הסכום $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$,

כלומר ניתן לחשב את הסכום המבוקש ע"י $S_{19} - S_{11}$

דרך ב' נחשב באופן ישיר.

הסכום $a_{12} + a_{13} + \dots + a_{19}$ הוא סכום של סדרה חשבונית שבה 8 איברים והאיבר

הראשון שלה הוא a_{12}

נוסחת הסכום של סדרה חשבונית: $S_n = \frac{n[2a_1 + d(n-1)]}{2}$

openbook

תרגילים

✓ (37) כמה מספרים טבעיים דו ספרתיים ישנם המתחלקים ב-3 ללא שארית?

פתרון: 30.

✓ (38) בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 4 מהאיבר הראשון.

אם מחלקים את האיבר השישי באיבר השני מקבלים 2 ושארית 1.

מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

פתרון: $a_1 = 8, d = 3$

✓ (39) בסדרה חשבונית האיבר התשיעי גדול פי 5 מהאיבר השני.

אם נחלק את האיבר העומד במקום ה-13 באיבר העומד במקום השישי נקבל מנה 2
ושארית 5.

מהו ההפרש ומהו האיבר הראשון?

פתרון: $a_1 = 3, d = 4$

(40) סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא $S_n = 2n^2 - 3n$.
מצא את הנוסחה לאיבר ה- n והוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית.

פתרון: הפרש הסדרה 4, איבר ראשון 1-

(41) בסדרה חשבונית ... 12, 17, 22 יש 19 איברים. חשב את סכום שמונת האיברים
האחרונים בסדרה.

פתרון: 676.

(42) בסדרה חשבונית מספר זוגי של איברים.
סכום האיברים במקומות האי זוגיים הוא 150, וסכום האיברים במקומות הזוגיים הוא
174.

כמו כן ידוע, שהאיבר האחרון גדול מהאיבר הראשון ב-44.
מצאו את הפרש הסדרה ואת מספר איבריה

פתרון: בסדרה 12 איברים והפרש הסדרה 4.

(43) נתונה הסדרה החשבונית ... 5, 1, -3, -7 הפכו את סימני האיברים הנמצאים
במקומות הזוגיים בסדרה, וכך התקבלה סדרה חדשה.
א. מצא את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה החדשה, אם n הוא מספר זוגי.
ב. מצא את סכום n האיברים הראשונים של הסדרה החדשה אם n הוא מספר אי-
זוגי.

פתרון: א. $2n$. ב. $2n-9$

(44)

בסדרה חשבונית $8, 13, 18, 23, \dots$ יש $3n$ איברים.

סכום כל איברי הסדרה גדול ב-1719 מסכום n האיברים הראשונים.

כמה איברים בסדרה?

פתרון: 27 איברים.

(45) ✓

בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים,

סכום n האיברים הראשונים שווים ל-25% מסכום כל איברי הסדרה הזו.

האיבר השלישי בסדרה שווה ל-15.

מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.

פתרון: $a_1 = 3, d = 6$

(46) ✓

נתונות שתי סדרות חשבוניות:

6,12,18,...

24,28,32,...

א. מצא איבר בסדרה הראשונה השווה לאיבר בסדרה השנייה, שמיקומם הסידורי שווה גם כן.

ב. מצא כמה איברים עוקבים יש לחבר בסדרה הראשונה כדי שסכומם יהיה שווה לסכום של אותו מספר איברים בסדרה השנייה.

פתרון: א. $n=10$. ב. $n=19$

(47) ✓

נתונה הסדרה החשבונית: $4, 9, 14, 19, \dots, a_n$.

הסכום של $n-4$ האיברים האחרונים בסדרה גדול ב-147 מסכום $n-2$ האיברים הראשונים.

מצא את מספר איברי הסדרה.

פתרון: 20 איברים

סיכום

הסדרה	איבר ראשון	הפרש הסדרה	מספר איברים	הסכום
סדרת n איברים ראשונים: a_1, a_2, \dots, a_n	a_1	d	n	$\frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
סדרת n איברים אחרונים: $a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n}$	$a_{n+1} = a_1 + nd$	d	n	$\frac{n[2(a_1 + nd) + (n-1)d]}{2}$ או $S_{2n} - S_n$
סדרת האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים: a_2, a_4, \dots, a_{2n}	$a_2 = a_1 + d$	$2d$	n	$\frac{n[2(a_1 + d) + (n-1)2d]}{2}$
סדרת האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים: $a_1, a_3, \dots, a_{2n-1}$	a_1	$2d$	n	$\frac{n[2a_1 + (n-1)2d]}{2}$
סדרה המתקבלת כשחברים כל זוג איברים סמוכים בסדרה: $a_1 + a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{2n-1} + a_{2n}$	$a_1 + a_2 = 2a_1 + d$	$2d$	$2n-1$	$\frac{(2n-1)[2(2a_1 + d) + (2n-2)2d]}{2}$

✓ **תרגיל מסכם האיבר הכללי של סדרה חשבונית**

נתונים שלושה איברים סמוכים בסדרה חשבונית שהפרשה 6- .

אם נכפיל את האיבר הראשון פי 4, נוסיף לאיבר השני 4 ונכפיל את האיבר השלישי פי 12, נקבל סדרה חשבונית חדשה.

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. מצא את הנוסחה לאיבר הכללי בסדרה החדשה.

ג. מצא בסדרה החדשה את מיקומם הסידורי של שני איברים סמוכים שסכומם 80-.

פתרונות: א. 32- ב. $a_n = 72 - 32n$ ג. $a_3 + a_4 = -80$

✓ **בגרות קיץ מועד ב 2004 שאלון 006**

נתונות שתי סדרות חשבוניות: a_1, a_2, \dots, a_n ו- b_1, b_2, \dots, b_n

המקיימות: $a_1 = b_2, a_2 = b_5$. הראה כי לכל n טבעי מתקיים:

א. $a_n = b_{3n-1}$

ב. $3(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = b_1 + b_2 + \dots + b_{3n}$

✓ **בגרות חורף 2006 שאלון 005**

נתונה סדרה חשבונית שבה $3n$ איברים.

האיבר הנמצא במקום ה-21 גדול ב-66 מהאיבר הנמצא במקום ה-10.

סכום n האיברים האחרונים בסדרה גדול פי 5 מסכום n האיברים הראשונים שבה.

מצא את ערכו של האיבר הראשון.

פתרון: $a_1 = 3$

✓ **בגרות קיץ מועד א 2006 שאלון 005**

נתון כי סכום 30 האיברים הראשונים בסדרה חשבונית שווה לסכום 20 האיברים הראשונים שלה.

א. הראה כי סכום 50 האיברים הראשונים בסדרה הנתונה שווה ל-0 .

ב. הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.
מצא באיזה מקום בסדרה נמצא האיבר החיובי הראשון.

✓ **בגרות קיץ 2006 מועד ב שאלון 005**

נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots, a_{2n}$

הפרש הסדרה הוא d

סכום האיברים הנמצאים במקומות האי זוגיים בסדרה הוא 0.

א. הוכח כי $a_n = 0$

ב. הבע באמצעות n ו- d את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה

✓ **בגרות קיץ מועד מיוחד 2006 שאלון 005**

נתונה סדרה חשבונית: $120, 117, 114, \dots$

א. מצא עבור אילו ערכים של n , סכום n האיברים בסדרה קטן מאפס.

ב. האיבר האחרון בסדרה הוא -357. כמה איברים שליליים יש בסדרה?

פתרון: א. $n > 81$ ב. 119



✓ **קיץ מועד א 2008 שאלון 005**

שני רוכבי אופניים, רוכב א' ורוכב ב', יצאו מיישוב A והגיעו לישוב B.

רוכב א' עבר בשעה הראשונה 3 ק"מ ובכל שעה נוספת עבר 0.2 ק"מ יותר שעבר בשעה הקודמת.

רוכב ב' עבר בשעה הראשונה 5.75 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 0.3 ק"מ פחות משעבר בשעה הקודמת.

רוכב א' רכב שעה אחת יותר מהזמן שרכב רוכב ב'.

א. מצא את המרחק בין יישוב A ליישוב B. אם ידוע כי כל רוכב רכב מספר שלם של שעות

ב. סעיף זה שייך לסדרה הנדסית.

✓ חורף 2009 שאלון 005

נתונה סדרה חשבונית שהפרש שלה הוא d , ואיברה הראשון הוא a_1 .
בסדרה יש 250 איברים.

מהסדרה הנתונה מחקו את האיברים הנמצאים במקומות : $3, 8, 13, 18, \dots, 248$

(כלומר נמחקו האיברים $(a_3, a_8, a_{13}, a_{18}, \dots, a_{248})$

האיברים שנמחקו מהווים סדרה חשבונית חדשה,

א. מצא כמה איברים נמחקו

ב. הבע באמצעות d (ההפרש של הסדרה הנתונה) את ההפרש של סדרת האיברים שנמחקו

ג. הסכום של כל האיברים בסדרה הנתונה (הכוללת גם את האיברים שנמחקו) הוא 13,000.

נסמן: $2a_1 + 249d = k$. מצא את הערך של k .

ד. מצא את הסכום של האיברים שנמחקו.

✓ חורף 2009 מועד מיוחד שאלון 005

בסדרה חשבונית n איברים.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה קטן פי 3 מסכום n האיברים האחרונים בסדרה.

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הוא 27.

א. חשב את האיבר הראשון בסדרה, ואת הפרש הסדרה.

ב. חשב את סכום 30 האיברים הראשונים בסדרה.

✓ קיץ מועד א 2009 שאלון 005

סך התשלום עבור טלוויזיה מחולק ל- 12 תשלומים חודשיים.

התשלומים החודשיים מהווים סדרה חשבונית.

סך התשלום עבור הטלוויזיה גדול פי 1.52 מסך 6 התשלומים הראשונים,

והוא גדול ב- 1900 שקלים מהסכום של שני התשלומים האמצעיים.

מצא את:

א. ההפרש של הסדרה החשבונית

ב. סך התשלום עבור הטלוויזיה

✓ בגרות קיץ מועד לוחמים 2011

גוף יוצא מנקודה A ונע בקו ישר. במשך השניה הראשונה הגוף עובר מרחק של 50 מטרים, ובמשך כל שניה שאחריה, הוא עובר מרחק הקטן ב-2 מטרים מהמרחק שעבר במשך השניה שקדמה לה.

במשך השניה האחרונה לתנועתו הגוף עובר 2 מטרים, ואז הוא נעצר בנקודה B.

לאחר העצירה הגוף חוזר מן הנקודה B לנקודה A בקו ישר.

במשך השניה הראשונה הוא עובר מרחק של 4 מטרים,

ובמשך כל שניה שאחריה הוא עובר מרחק הגדול ב-3 מטרים מן המרחק שעבר במשך השניה שקדמה לה.

א. מהו המרחק מן הנקודה A לנקודה B?

ב. כמה שניות נדרשות לגוף כדי לעבור את הדרך חזרה מן הנקודה B לנקודה A?

פתרון: א. 650 מטר. ב. 20 שניות.

openbook
המרכז לקידום אקדמי

✓ בגרות חורף 2011 005

נתונה סדרה חשבונית שההפרש שלה הוא 2, ויש בה n איברים.

סכום כל איברי הסדרה גדול פי n מהאיבר שנמצא במקום ה-69 בסדרה.

א. מצא את מספר האיברים בסדרה.

ב. נתון גם כי $a_1 = -30$. מצא את סכום כל האיברים החיוביים בסדרה.

ג. (1) מבין האיברים החיוביים בסדרה, מצא את גודל האיבר הראשון המתחלק ב-6 ללא שארית,

ואת גודל האיבר האחרון המתחלק ב-6 ללא שארית.

(2) מצא את מספר האיברים החיוביים בסדרה המתחלקים ב-6 ללא שארית.

פתרון: א. 137. ב. 14,762. ג. (1) הראשון 6 האחרון 240. (2) 40

✓ **בגרות קיץ מועד א' 2014**

בסדרה חשבונית יש $3n$ איברים.

סכום n האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום n האיברים הקודמים להם.

א. הוכח שסכום n האיברים הראשונים הוא 0.

ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.

סכום כל איברי הסדרה הוא 726. מצא את הפרש הסדרה.

פתרון: ב. $d=2$.

✓ **בגרות קיץ 2014 מועד ב'**

נתונה סדרה חשבונית: a_1, a_2, a_3, \dots

שלושה איברים עוקבים בסדרה, a_n, a_{n+1}, a_{n+2} ,

$$\text{מקיימים: } a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

א. מצא את האיבר a_n

ב. לקחו חלק מהאיברים בסדרה הנתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה:

$$a_5, a_9, a_{13}, \dots, a_{4k+1}$$

סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 450.

האיבר הראשון בסדרה הנתונה בפתיח הוא $a_1 = -21$

מצא את הערך של k .

פתרון: א. $a_n = 15$. ב. $k=10$

בגרות קיץ 2014 מועד ג' ✓

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים ($n > 2$):

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$$

הפרש הסדרה הנתונה הוא d .

מהסדרה הנתונה בנו סדרה חדשה של הפרשי ריבועים:

$$a_2^2 - a_1^2, a_3^2 - a_2^2, \dots, a_n^2 - a_{n-1}^2$$

א. הוכח כי הסדרה החדשה היא סדרה חשבונית שההפרש שלה הוא $2d^2$.

ב. נתון: $a_2^2 - a_1^2 = 64$.

הבע את האיבר האחרון בסדרה החדשה באמצעות n ו- d .

ג. נתון: $a_n^2 - a_{n-1}^2 = 192$, $d^2 > 1$. מצא את תחום הערכים של n .

פתרון: ב. $64 + (n - 2) \cdot 2d^2$. ג. $2 < n < 66$.

בגרות חורף 2015 ✓

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל:
$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n + a_{n+1} = 4n + 2 \end{cases}$$

א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.

ב. הוכח כי איברי הסדרה העומדים במקומות אי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית, וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים מהווים סדרה חשבונית.

אם בסדרה יש 101 איברים. מצא:

ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה

ד. את הסכום של כל איברי הסדרה

פתרון: א. 202. ג. 104. ד. 10,304.

שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף - חלק א'

1. נתונה סדרה חשבונית 17, 14, 11, ..., סכום איברי הסדרה הוא 861. כמה איברים בסדרה? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
2. בסדרה חשבונית 10 איברים. סכום איברי הסדרה הוא 210. האיבר הראשון בסדרה הוא 3. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את הפרש הסדרה.
ב. מצאו את האיבר התשיעי בסדרה.
3. בסדרה חשבונית 13 איברים. סכום איברי הסדרה 351. הפרש הסדרה הוא 2.5. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. מצאו את האיבר האחרון בסדרה.
4. בסדרה חשבונית 20 איברים. האיבר השלישי בסדרה הוא 8. הפרש הסדרה הוא 3. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר השישה-עשר בסדרה.
ב. מצאו את האיבר העשרים בסדרה.
ג. חשבו את סכום חמשת האיברים האחרונים בסדרה.
5. בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 5, והאיבר החמישי הוא 9. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את הפרש הסדרה.
ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ג. בסדרה זו 19 איברים. חשבו את סכום איברי הסדרה.
6. בסדרה חשבונית סכום האיברים השלישי והשישי הוא 25. האיבר החמישי הוא 14. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. חשבו את הסכום של חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
7. נתונה סדרה חשבונית שבה: $a_3 = 4$, $d = -4$. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. חשבו את a_1 .
ב. מחברים זה לזה את איברי הסדרה, החל מן האיבר הראשון. כמה איברים יש לחבר,
כדי שהסכום שיתקבל יהיה 420? מצאו את כל הפתרונות האפשריים.
8. בסדרה חשבונית האיבר הרביעי גדול פי 3 מהאיבר הראשון, והאיבר השביעי גדול ב-10 מהאיבר השני. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. מצאו את a_1 ו-d.
- ב. מהו סכום 60 האיברים הראשונים בסדרה זו?
9. בסדרה חשבונית האיבר העשירי גדול פי 3 מהאיבר הרביעי. סכום מאה האיברים הראשונים הוא 9900. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מצאו את a_1 ו-d.
- ב. חשבו את האיבר החמישי בסדרה.
10. נתונים המספרים 27 ו-69. הכניסו בין שני מספרים אלה חמישה מספרים נוספים, כך שכל שבעת המספרים יהוו סדרה חשבונית. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
11. המשכורת של פועל בחודש הראשון הייתה 3500 שקלים לחודש. בכל חודש עלתה משכורתו ב-50 שקלים. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. מה הייתה משכורתו של הפועל בחודש ה-12 לעבודתו?
- ב. כמה השתכר הפועל במשך 12 החודשים הראשונים לעבודתו?
12. באולם יש 15 שורות של כיסאות. בשורה הראשונה יש 12 כיסאות, ומספר הכיסאות בכל שורה גדול ב-2 ממספר הכיסאות שבשורה שלפניה. כמה כיסאות באולם? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
13. דוד התאמן למירוץ אופניים. ביום הראשון רכב 25 ק"מ, ובכל יום רכב 4 ק"מ יותר מביום הקודם לו. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- א. כמה ק"מ רכב דוד ביום העשירי?
- ב. כמה ק"מ רכב דוד במשך עשרת הימים הראשונים לאימונו?
14. דנה חסכה כסף לטיול. בשבוע הראשון חסכה 6 שקלים, ובכל שבוע חסכה 5 שקלים יותר מאשר בשבוע שקדם לו.
- דנה הצליחה לחסוך 147 שקלים. כמה שבועות חסכה דנה? [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
15. נתונה סדרה חשבונית שבה: $a_1 = 3$, $d = 5$.
- א. רשמו לפי הסדר את ששת האיברים הראשונים בסדרה.
- ב. בסדרה זו נמחקו האיבר השני, הרביעי, השישי וכך הלאה (כל האיברים הנמצאים במקום זוגי). [\(קישור לפתרון באתר\)](#)
- חשבו את סכום 100 האיברים הראשונים שלא נמחקו בסדרה.
- ג. חשבו את סכום 100 האיברים הראשונים שנמחקו בסדרה.
16. סולם עם 10 שלבים בנוי כך שכל שלב בסולם קצר ב-4 ס"מ מהשלב שמתחתיו. אורך השלב התחתון 60 ס"מ. [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. חשבו את אורך השלב החמישי מלמטה.
 ב. חשבו את אורך השלב החמישי מלמעלה.

17. סולם עם 16 שלבים, שבו אורך השלב התחתון 78 ס"מ, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו בגודל קבוע. (קישור לפתרון באתר)

- א. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 1.2 ס"מ? נמקו.
 ב. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 3.4 ס"מ? נמקו.
 ג. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 5.3 ס"מ? נמקו.
 ד. האם ייתכן שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 7.4 ס"מ? נמקו.

18. סולם עם 16 שלבים, בנוי כך שכל שלב בסולם קצר מהשלב שמתחתיו ב- 5 ס"מ. סכום אורכי כל השלבים בסולם הוא 8 מטרים ו- 64 ס"מ. חשבו את אורכו של השלב התחתון בסולם. (קישור לפתרון באתר)

19. דינה ורינה הכינו לוח של שברים לחדר מתמטיקה. הטבלה המוצגת מתארת את 7 הטורים הראשונים ואת 6 השורות הראשונות בלוח השברים. המספרים במשבצות נרשמו על-פי חוקיות מסוימת. (קישור לפתרון באתר)

	טור 1	טור 2	טור 3	טור 4	טור 5	טור 6	טור 7	
שורה 1	$\frac{1}{4}$	1	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	4		
שורה 2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	2		$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	5	
שורה 3	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$	
שורה 4	1	$1\frac{3}{4}$		$3\frac{1}{4}$	4	$4\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	
שורה 5	$1\frac{1}{4}$	2	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	5	$5\frac{3}{4}$	
שורה 6	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$		6	

כאשר דינה ורינה סיימו את עבודתן, נשפכה פחית שתייה על לוח השברים ונמחקו מספרים בארבע משבצות.

- א. רשמו בלוח את המספרים שנמחקו. נמקו.
 ב. איזה מספר יהיה כתוב במשבצת ה- 17 בטור הראשון? נמקו.
 ג. איזה מספר יהיה כתוב במשבצת ה- 17 בשורה הראשונה? נמקו.
 ד. מהו סכום 10 המספרים הראשונים בטור השישי? נמקו.

תשובות סופיות חלק א' – שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף

1. 21 איברים
2. (א) $d = 4$ (ב) $a_9 = 35$
3. (א) $a_1 = 12$ (ב) $a_{13} = 42$
4. (א) $a_{16} = 47$ (ב) $a_{20} = 59$ (ג) 265
5. (א) $d = 2$ (ב) $a_1 = 1$ (ג) 361
6. (א) $a_1 = 2$ (ב) 40
7. (א) $a_1 = 56$ (ב) $n_2 = 15$, $n_1 = 14$
8. (א) $d = 2, a_1 = 3$ (ב) 3720
9. (א) $d = 2, a_1 = 0$ (ב) $a_5 = 8$
10. 34 , 41 , 48 , 55 , 62
11. (א) 4050 שקלים (ב) 45,300 שקלים
12. 390 כיסאות
13. (א) 61 ק"מ (ב) 430 ק"מ
14. 7 שבועות
15. (א) 3 , 8 , 13 , 18 , 23 , 28
16. (א) 44 ס"מ (ב) 40 ס"מ
17. (א) כן (ב) כן (ג) לא (ד) לא
18. 91.5 ס"מ
19. (א) טור 3: $2\frac{1}{2}$; טור 4: $2\frac{3}{4}$; טור 6: $5\frac{1}{4}$; טור 7: $4\frac{3}{4}$ (ב) $4\frac{1}{4}$ (ג) $12\frac{1}{4}$
(ד) $51\frac{1}{4}$

שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף - חלק ב'

1. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

- א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.
- ג. מצאו את האיבר ה-57 בסדרה.

2. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: [\(קישור לפתרון באתר\)](#)

$$\begin{cases} a_1 = 50 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$$

- א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית יורדת.
- ג. מהו הפרש הסדרה?
- ד. חשבו את הסכום של עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

3. נתונים כל המספרים התלת ספרתיים: [\(קישור לפתרון באתר\)](#) 100, 101, 102, ..., 999.

- א. כמה מספרים תלת-ספרתיים קיימים?
- ב. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-5 (בלי שארית)?
- ג. כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב-5?

4. המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב-7 בלי שארית הוא 105.

המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-7 בלי שארית הוא 994.
כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-7 בלי שארית.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

5. סכום n האיברים הראשונים בסדרה החשבונית: $1, 4, 7, \dots$ הוא כסכום n האיברים

הראשונים בסדרה החשבונית: $51, 49, 47, \dots$.

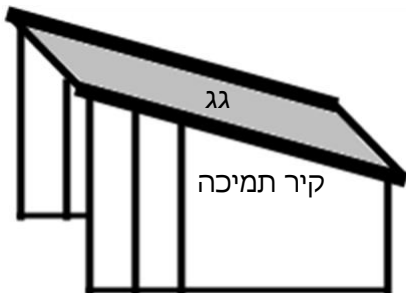
מצאו את n .

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

6. מפעל, המייצר חלקי חילוף למכוניות, ייצר בחודש הראשון (חודש ינואר) 1,000 פריטים. בגלל דרישות השוק, הגביר המפעל את הייצור בכל חודש ב- 100 פריטים יותר מאשר בחודש הקודם.

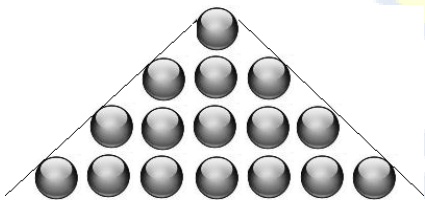
- א. כמה פריטים ייצר המפעל בחודש ה- 12 (חודש דצמבר)?
 - ב. כמה פריטים ייצר המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?
 - ג. הרווח הנקי מכל פריט הוא 850 ₪.
- כמה הרוויח המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)



7. במבנה עם גג משופע יש **שני קירות תמיכה** זהים. כל קיר עשוי מעמודים אנכיים של צינורות ברזל (ראו סרטוט). אורכו של העמוד הגבוה ביותר בכל אחד מהקירות הוא 8 מטרים. אורכו של העמוד הקצר ביותר הוא 6 מטרים ו- 20 ס"מ. אורכו של כל עמוד קצר מהקודם לו ב- 30 ס"מ.
- א. כמה עמודים יש בקיר תמיכה אחד?
 - ב. בכמה מטרים של צינור ברזל השתמשו לבניית שני הקירות?
 - ג. מחירו של מטר אחד צינור ברזל הוא 20 ₪.
- מה המחיר ששילמו עבור צינורות הברזל לבניית שני הקירות?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)



8. על שולחן מסדרים כדורים בצורת משולש באופן הבא: בשורה הראשונה – כדור אחד, בשורה השנייה – 3 כדורים, בשורה השלישית – 5 כדורים וכן הלאה (ראו סרטוט).
- א. כמה כדורים יהיו בשורה העשירית?
 - ב. מהו מספר הכדורים הדרוש ליצירת משולש שבו 10 שורות?
 - ג. לבניית משולש משתמשים ב- 289 כדורים. כמה שורות של כדורים יהיו במשולש זה?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

9. אבן, הנופלת באופן חופשי, עוברת בשנייה הראשונה מרחק של 5 מטרים, ובכל אחת מן השניות הבאות היא עוברת 10 מטרים יותר מאשר בשנייה הקודמת לה. כדי למדוד את העומק של בור, שחררו אבן שנפלה באופן חופשי לתחתית הבור.
- א. מה המרחק שעברה האבן בשנייה החמישית?
 - ב. האבן הגיעה לתחתית הבור כעבור 5 שניות מתחילת הנפילה. מה עומק הבור?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

10. דני צריך לשלוח בדואר 4 חבילות במשקלים שונים. עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה. מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית.

מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 3 מהבול הזול ביותר.
סך הכול שילם דני 120 ₪.

א. מהו מחיר הבול הזול ביותר?

ב. מהו מחיר הבול היקר ביותר?

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

11. אלון ונדב מתכוננים לבחינה הפסיכומטרית.

כל אחד מהם צריך ללמוד 580 מילים חדשות.

אלון החליט שילמד מדי יום 20 מילים.

נדב בנה תכנית עבודה כך, שביום הראשון ילמד 10 מילים ומדי יום ילמד שתי מילים יותר מאשר ביום הקודם.

א. כמה ימים למד אלון לבחינה?

ב. מי מבין השניים יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר? נמקו.

[\(קישור לפתרון באתר\)](#)

תשובות סופיות חלק ב' שאלות ברמה בסיסית לתרגול נוסף

1. (א) 5, 8, 11, 14 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר גדול ב-3 מהאיבר הקודם לו (ג) 173
2. (א) 50, 48, 46, 44 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר קטן ב-2 מהאיבר הקודם לו (ג) -2 (ד) 410
3. (א) 900 (ב) 180 (ג) 720
4. 128
5. 21
6. (א) 2,100 פריטים (ב) 18,600 פריטים (ג) 15,810,000 ₪
7. (א) 7 עמודים (ב) 99.4 מ' (ג) 1,988 ₪
8. (א) 19 (ב) 100 (ג) 17
9. (א) 45 מ' (ב) 125 מ'
10. (א) 15 ₪ (ב) 45 ₪
11. (א) 29 ימים (ב) נדב יסיים את למידת המילים במשך 20 יום, ולכן הוא יסיים את למידת המילים לפני אלון