


תלמידים יקרים,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **טכניקה אלגברית**, המהווה חלק קטן ממערך הולך וגדל של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר **OpenBook**.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. 

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל service@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

אלגברה

סדר פעולות חשבון

איגור הוא שכיר, העובד בבנק 21 ימים בחודש ומקבל משכורת של 100 ₪ ליום.

כלומר, המשכורת החודשית שלו היא: $21 \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$

מכיוון שאיגור הוכיח את עצמו בעבודתו,

המנהלת שלו החליטה להגדיל לו את המשכורת ב 20 ₪ ליום.

בשקופית הבאה יוצג תרגיל, שיעזור לכם לחשב את המשכורת החודשית.

פתרו את התרגיל בעזרת שימוש במחשבון.

פעם ראשונה יש להקיש במחשבון את התרגיל ללא הסוגריים

ובפעם השנייה עם הסוגריים. רשמו את התוצאות שקיבלתם.

$$21 \cdot (100 + 20) = \underline{\hspace{2cm}}$$

עם סוגריים	ללא סוגריים

בכל פעם קיבלתם פתרון אחר והסיבה לכך:

יש משמעות לסוגריים ולסדר פעולות חשבון.

סדר פעולות חשבון

פעולות	סוגריים
חזקות	עגולים ()
כפל/חילוק	קודם ל: []
חיבור/חיסור	קודם ל: { }

תרגיל

פתרו את התרגילים הבאים.
השתמשו בסדר פעולות חשבון:

$$1) 8 - 1 + \overbrace{3 \cdot 5} - \overbrace{81:3} =$$

$$2) 72 : \overbrace{(18 - 12)} \cdot 3 =$$

$$3) 120: \left[40: (\overbrace{19-9} + \overbrace{3 \cdot 2} + 2) \right] =$$

$$4) 8 + \{12: [15 - 7(10 - 9) - 4] - 3\} \cdot 18$$

מהי משוואה ?

משוואה היא ביטוי אשר מטרתו להציג שוויון.

איגור הוא שכיר, בסוף כל חודש הוא מקבל משכורת מסוימת.

אבי הוא עצמאי, בסוף כל חודש הוא נשאר עם רווחים שהם "פעמיים" המשכורת של איגור.

המשכורות של איגור ואבי לא שוות, ולכן אין ביניהם "שוויון".

נסתכל על המאזניים, מה ניתן לעשות על מנת ליצור שוויון בין איגור לאבי?



לא ניתן לומר כי 8 שווה ל 16, אך בהחלט ניתן לומר כי 12 שווה ל 12

הסימן "=" הוא זה שמייצג שוויון.

$$12 = 12$$



מציאת הנעלם (חלוקה במקדם של הנעלם)

עינת, אשתו של איגור, ביקשה מאיגור ללכת לשוק ולקנות כמה מוצרים.

בסיום הקניות, איגור הראה לעינת את החשבונית.

עינת לא הבינה למה בחשבונית לא מופיע מחיר ליחידה.

חשבונית מס / קבלה מס

תאריך: 30/9/15

שעת יציאה: _____

לכבוד: _____

כתובת: _____

הסכום	מחיר יחידה	פרטים	כמות
16.10		דז'ק'ית	4 ק"ג
1117.3		אפרסק	5 ק"ג
1132.37		ירקות	9 ק"ג
114.7		סלקים ירוקים	2.5 ק"ג
64.37	סה"כ	קיבלתי את הר"ל בשלמות.	
	% מע"מ		
	סה"כ כולל מע"מ		

הערות: _____

שם מקבל _____

חתימת המקבל: 

תעודת משלוח מחשב מס' _____

עינת כעסה מאוד!

היא רצתה לדעת כמה עולה ק"ג אחד של כל פריט שאיגור קנה.

בואו נעזור לאיגור להרגיע את עינת:

4 ק"ג עגבניות עלו 10 ₪, על מנת לדעת כמה עלה ק"ג אחד, עלינו לחלק 10 ל- 4

ק"ג אחד של עגבניות עולה 2.5 ₪ $10:4=2.5$

כתבו תרגיל מתאים על מנת לדעת כמה עולה ק"ג אחד של אפרסקים, פלפלים ותפוחים

מחיר לק"ג אחד של אפרסקים: _____

מחיר לק"ג אחד של תפוחים: _____

מחיר לק"ג אחד של פלפלים חריפים: _____

עינת נוהגת לעשות קניות של פירות וירקות בחנות של שמחה.

איגור לעומתה טוען שאצל סער הירקן זול יותר.

להלן שתי חשבוניות, חשבונית אחת מהחנות של שמחה והשנייה מהחנות של סער.

תעזרו בבקשה לאיגור ועינת לסיים את הוויכוח ביניהם אחת ולתמיד, ולהבין איזו חנות זולה יותר?

איגור החליט לבדוק:

מחיר לק"ג עגבניות נסמן את העגבניות ב - x

מחיר לק"ג מלפפונים נסמן את המלפפונים ב - y

מחיר לק"ג בצל נסמן את הבצלים ב - z

ובסה"כ כמה ישלם אם יקנה ק"ג אחד מכל פריט.

סער הירקן	החנות של שמחה	פרי לי
4 ק"ג עגבניות 10 ₪	4 ק"ג עגבניות 12 ₪	3 ק"ג עגבניות 12 ₪
3 ק"ג מלפפונים 9 ₪	3 ק"ג מלפפונים 15 ₪	2 ק"ג מלפפונים 11 ₪
8 ק"ג בצל 4 ₪	6 ק"ג בצל 3 ₪	4 ק"ג בצל 4 ₪

$$4x = 10 \quad /:4 \quad 3y = 9 \quad /:3$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{10}{4} \quad \frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$$

$$x = 2.5 \quad y = 3$$

$$8z = 4 \quad /:8$$

$$\frac{8z}{8} = \frac{4}{8}$$

$$z = \frac{1}{2}$$

$$x + y + z = 2.5 + 3 + \frac{1}{2} = 6$$

✓ חוק הפילוג

את חוק הפילוג נלמד בעזרת השטרות אותם הדפסתם (במידה ולא הדפסתם, מומלץ להדפיס את השטרות והתבניות)

יש להניח את השטרות על גבי התבניות ולפתור את התרגילים בשני אופנים:

- (1) לחבר/לחסר את השטרות אשר בתוך הסוגריים ולאחר מכן לכפול במספר אשר מחוץ לסוגריים.
- (2) לכפול את המספר מחוץ לסוגריים באיבר הראשון אשר בתוך הסוגריים, לאחר מכן באיבר השני אשר בתוך הסוגריים ולחבר/לחסר בין התוצאות.

✓ תרגיל זה ממחיש את האמינות של חוק הפילוג והקשר של חוק הפילוג למציאות.

יש להניח את השטרות על גבי התבניות מעמודי העזרים ולפתור את התרגילים בשני אופנים:

- (1) לחבר את השטרות אשר בתוך הסוגריים ולאחר מכן לכפול במספר אשר מחוץ לסוגריים.
- (2) לכפול את המספר מחוץ לסוגריים באיבר הראשון אשר בתוך הסוגריים, לאחר מכן באיבר השני אשר בתוך הסוגריים ולחבר בין התוצאות.

$$2 \cdot \left(\begin{array}{c} \text{100} \\ \text{100} \\ \text{100} \end{array} - \begin{array}{c} \text{20} \\ \text{20} \\ \text{20} \end{array} \right) =$$

חברו את השטרות אשר בתוך הסוגריים ולאחר מכן לכפול במספר אשר מחוץ לסוגריים.

$$260 = (300 - 40) \cdot 2$$

המרכז לקידום אקדמי אינו אחראי לטיב הפתרונות המוצגים בחוברת ולטעויות במקרה שקיימות.

כל הזכויות שמורות למרכז לקידום אקדמי OpenBook בלבד.

אין להפיץ, למכור או להעתיק חלק או את כל החוברת.

תאריך עדכון: נובמבר 2017

$$2 \cdot 260 = 520$$

לכפול את המספר מחוץ לסוגריים באיבר הראשון אשר בתוך הסוגריים ($2 \cdot 300$), לאחר מכן באיבר השני אשר בתוך הסוגריים ($2 \cdot (-40)$) ולחבר בין התוצאות.

$$2 \cdot 300 + 2 \cdot (-40) = 600 - 80 = 520$$

$$3 \cdot \left(\begin{array}{c} \text{100} \\ \text{100} \\ \text{100} \end{array} - \begin{array}{c} \text{200} \\ \text{20} \\ \text{20} \end{array} \right) =$$

חברו את השטרות אשר בתוך הסוגריים ולאחר מכן לכפול במספר אשר מחוץ לסוגריים.
 $(300-240)=60$ ולאחר מכן להכפיל ב-3.

$$3 \cdot 60 = 180$$

לכפול את המספר מחוץ לסוגריים באיבר הראשון אשר בתוך הסוגריים ($3 \cdot 300$), לאחר מכן באיבר השני אשר בתוך הסוגריים ($3 \cdot (-240)$) ולחבר בין התוצאות.

$$3 \cdot 300 + 3 \cdot (-240) = 900 - 720 = 180$$

לפעולה אשר ביצענו קוראים **חוק הפילוג**.

$$x \cdot (a + b) = x \cdot a + x \cdot b$$

$$x \cdot (a - b) = x \cdot a - x \cdot b$$

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

פתור ✓

1. $5 \cdot (x - 3)$
2. $-2 \cdot (x + 6)$
3. $6 \cdot (3x + 1)$
4. $(6 + a) \cdot (2 - 6a)$
5. $(-y + 1) \cdot (6y - 2)$

✓ כינוס איברים דומים

בכל פעם שמעבירים פריט כלשהו ממקום למקום, הסימן שלו משתנה!

מ (+) ל- (-) ומ: (-) ל- (+)

✓ פתרון משוואות ממעלה ראשונה, שלבי עבודה:

1. נפתח סוגריים ע"י שימוש בחוק הפילוג.

2. נעביר אגפים (הארנק והסל) ונכנס איברים דומים

3. נחלק במקדם של הנעלם:

4. נמצא את הנעלם.

תרגילים

✓ 1. $2x = 4$

✓ 2. $-2x = 6$

✓ 3. $3x = 9$

✓ 4. $-3x = -11$

✓ 5. $3.5x = 14$

✓ 6. $0.25x = 2$

✓ 7. $0.5x = 140$

✓ 8. $12.5x = 25$

✓ 9. $\frac{1}{2}x = 1$

✓ 10. $-4x = 12$

✓ 11. $-0.5x = 12$

✓ 12. $2x = -56$

✓ 13. $2x + 2 = 4$

✓ 14. $-2x + 4 = 6$

✓ 15. $3x - 9 = 9$

✓ 16. $-3x + 4 = 2x - 11$

✓ 17. $3.5x + 8 = 14 - 2.5x$

✓ 18. $0.25x - 2 = 2$

✓ 19. $0.5x + 3x - 4 = 140$

✓ 20. $-4(x + 2) + 3x = 10$

✓ 21. $7(x - 1) = 15 + 3(x - 2)$

✓ 22. $5(x + 3) - 4x = 12(2 - 3x) + x + 27$

✓ 23. $-5(x - 1) + 8 = 5(1 - 2x) + 12$

הצבה בתבנית מספר

איגור התקבל לדואר ישראל, לאחר שאיגור בדיק איזה סניף דואר הוא המשתלם ביותר, התחיל לעבוד שם בחלוקת הדואר.

בכל יום איגור קיבל לחלק שקים של מכתבים וחבילות.

נסמן את מסת החבילה ב-x

ואת מסת השק ב-y

נעקוב אחרי עבודתו של איגור במשך שבוע ימים:

יום בשבוע	הרכב חלוקה	הרכב חלוקה בשפה מתמטית	מסת הרכב החלוקה	הצבה בתבנית מספר ופתרון
יום ראשון	5 חבילות 4 שקים	$5x+4y=$	<u>משקל חבילה:</u> 6 ק"ג <u>משקל שק:</u> 8 ק"ג	$5 \cdot 6 + 4 \cdot 8$ $= 30 + 32$ $= 62 \text{ kg}$ סה"כ 78 ק"ג
יום שני	7 חבילות 2 שקים		<u>משקל חבילה:</u> 2 ק"ג <u>משקל שק:</u> 3 ק"ג	
יום שלישי	11 חבילות 3 שקים		<u>משקל חבילה:</u> 9 ק"ג <u>משקל שק:</u> 4 ק"ג	
יום רביעי	4 חבילות 9 שקים		<u>משקל חבילה:</u> 1 ק"ג <u>משקל שק:</u> 7 ק"ג	
יום חמישי	13 חבילות 11 שקים		<u>משקל חבילה:</u> 7 ק"ג <u>משקל שק:</u> 4 ק"ג	
יום שישי	6 חבילות 5 שקים		<u>משקל חבילה:</u> 8 ק"ג <u>משקל שק:</u> 11 ק"ג	

פירוק לגורמים

פירוק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף

נסתמך על חוק הפילוג $a(b+c)=ab+ac$

✓ פרק לגורמים ע"י הוצאת הגורם המשותף הגדול ביותר:

$$4a+8$$

$$60y-12x$$

$$-7x^2 - 14x + 21$$

✓ פרק לגורמים ע"י הוצאת הגורם המשותף הגדול ביותר:

$$x^3 - 8x$$

$$5a^3 - a$$

$$3x^2 + 9x$$

$$12x^2 + 4x$$

$$30a^4 - 24a^2 + 18a^3$$

פירוק לגורמים עפ"י הנוסחה לכפל מקוצר

הנוסחה להפרש ריבועים בכיוון ההפוך:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

פרק לגורמים עפ"י הנוסחה להפרש ריבועים:

$$a^2 - 4$$

$$49 - 144x^2$$

$$x^8y^6z^4 - 4a^2b^6$$

$$3x^2 - 75$$

$$108 - 3a^2$$

$$32a^2b - 98b$$

פירוק לגורמים עפ"י הנוסחאות לדו איבר בריבוע

נרשום את הנוסחאות כך:

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

פרק לגורמים עפ"י הנוסחאות לדו איבר בריבוע:

א. $a^2 + 4a + 4$

ב. $x^8 - 10x^4 + 25$

$$ג. \quad 4x^6 + 20x^3y^2 + 25y^4$$

פרק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף ועפ"י הנוסחאות לדו איבר בריבוע:

$$א. \quad 4a^2 - 32a + 64$$

$$ב. \quad 90a^2 + 120a + 40$$

$$ג. \quad 10x^4z - 20x^2yz + 10y^2z$$

פירוק לגורמים לפי קבוצות

לדוגמא: פרק לפי קבוצות את תבנית המספר:

$$15x^2 + 20x - 6x - 8$$

פתרון

ניתן לראות בקלות שאין גורם משותף לכל ארבעת המחברים. אמנם יש גורם משותף לשני המחברים הראשונים והוא $5x$, ויש גורם משותף לשני המחברים האחרונים שהוא -2 , ולכן:

$$15x^2 + 20x - 6x - 8 = 5x(3x + 4) - 2(3x + 4) = (3x + 4)(5x - 2)$$

בשלב האחרון הוצאנו את $(3x + 4)$ כגורם משותף ונשאר $(5x - 2)$

פרק לגורמים לפי קבוצות:

$$א. \quad a^2 + 6a + 3a + 18$$

$$ב. \quad a^2 - 7a - a + 7$$

$$ג. \quad 9a^2 - 24a + 64 - 24a$$

פירוק לגורמים של תלת איבר ריבועי (טרינום).

נפרק לגורמים תבנית הנקראת טרינום (=דו איבר ריבועי)

תבנית מהצורה $ax^2 + bx + c$ כאשר $a \neq 0$.

המספרים a, b, c הם קבועים ו- x הוא משתנה.

נשים לב ש a הוא המקדם של x^2 , b הוא המקדם של x ו- c הוא האיבר החופשי.

נתחיל עם המקרה שבו המקדם של x^2 שווה ל-1, קרי $a=1$ ולכן התבנית היא

$$x^2 + bx + c$$

השלבים בפירוק לגורמים של טרינום מהצורה $x^2 + bx + c$ (a=1) הם:

שלב 1: מציאת שני מספרים שסכומם שווה ל- b ומכפלתם שווה ל- c .

שלב 2: פירוק b לשני מחברים עפ"י שני המספרים של שלב ראשון.

שלב 3: פירוק לגורמים לפי קבוצות של התבנית בעלת 4 המחברים שמתקבלת.

לסיכום: $c = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad} + \underline{\quad}$ אותו מספר צריך לכל צבע זהה.

פרק לגורמים את תלת האיברים הריבועיים הבאים:

א. $x^2 + 4x + 3$

ב. $x^2 - 10x + 21$

ג. $x^2 - x + 3$

ד. $3x^3 - 3x^2 - 36x$

פירוק לגורמים של טרינום שבו $a \neq 1$

בשלב הראשון:

יש למצוא שני מספרים שסכומם שווה ל- b ומכפלתם שווה ל- $a \cdot c$.

לסיכום:

$___ + ___ = b$, $___ \cdot ___ = a \cdot c$, אותו מספר צריך לכלל צבע זהה.

פרק לגורמים:

א. $2x^2 + 9x + 9$

ב. $10x^2 + 3x - 4$

ג. $-14x^2 - 3x + 2$

שיטה 1

יצרנו מערכת משוואות עם שני נעלמים.

קיימות שתי דרכים לפתור מערכת משוואות בשני נעלמים, שיטת הצבה ושיטת השוואת מקדמים

$$\begin{cases} 1x + 5y = 29 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$$

מה זה שיטת ההצבה?

הצבה (!!)

מציבים "משהו" לתוך "משהו אחר"

נתבונן במשוואה הראשונה:

אפשר לבודד את המשתנה X ע"י העברת אגפים.


ע"י העברת אגפים יצרנו **תבנית הצבה**.


את תבנית ההצבה ניתן להציב למשוואה השנייה.


פתרון משוואות בשני נעלמים בשיטת ההצבה, שלבי עבודה:


1. נזהה את המשוואה שממנה "קל" יותר לבודד את אחד המשתנים
2. נבודד את אחד המשתנים וניצור "תבנית הצבה"
3. נציב את תבנית ההצבה במשוואה השנייה
4. נמצא את הערך של המשתנה.
5. נציב את ערך המשתנה לתבנית ההצבה
6. נמצא את הערך של המשתנה השני.
7. נכתוב את שני המשתנים בכתיבה מתמטית.

פתור את מערכת המשוואות

 1.
$$\begin{cases} y = 2x \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

 2.
$$\begin{cases} y = 2x + 6 \\ y = 3 \end{cases}$$

 3.
$$\begin{cases} 3x - y = 19 \\ 2x = 18 - 2y \end{cases}$$

 4.
$$\begin{cases} -x + 3y = -19 \\ x + 5y = -5 \end{cases}$$

פתרון בשיטת השוואת מקדמים

שיטת השוואת מקדמים כשמה כן היא,

השוואה = משווים,

מקדמים = את מקדמי המשוואה

עלינו להשוות את המקדמים בשתי המשוואות

1. בשביל לפתור בשיטת השוואת מקדמים,

אנו צריכים לכנס איברים ככל שניתן,

לסדר את המשוואות כך שמספרים ומשתנים מאותו סוג יהיו באותו המקום במשוואה

אים מתחת לאים, יים מתחת ל- יים.

2. עלינו להכפיל את המשוואות באופן שניצור מספרים נגדיים באחד המשתנים.

בתרגיל, נכפול את המשוואה הראשונה ב- (3).

כך נקבל $3x$ - שהוא נגדי ל- $3x$.

3. נחבר בין שתי המשוואות

(אים עם אים, יים עם יים ומספרים עם מספרים)

4. את המשתנה שמצאנו, מציבים באחת המשוואות במערכת המשוואות המקורית.

5. נכתוב את שני המשתנים בכתיבה מתמטית:

פתרון משוואות בשני נעלמים בשיטת השוואת מקדמים, שלבי עבודה:

1. כנס איברים דומים במידת האפשר ונסדר משוואות

2. נכפיל את המשוואות באופן שניצור מספרים נגדיים באחד המשתנים.

3. נחבר בין שתי המשוואות.

4. את המשתנה שמצאנו, נציב באחת המשוואות במערכת המשוואות המקורית.

5. נכתוב את שני המשתנים בכתיבה מתמטית.

פתור

✓ 1.
$$\begin{cases} 4x + 5y = -2 \\ -4x - 3y = 6 \end{cases}$$

✓ 2.
$$\begin{cases} 2x + 2y = -6 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

✓ 3.
$$\begin{cases} 8x + 3y = -10 \\ 2x - 2y = -8 \end{cases}$$

✓ 4.
$$\begin{cases} 3x + 5y = 37 \\ 5x + 7y = 55 \end{cases}$$

