

תוכן

4.....	חשבון דיפרנציאלי
4.....	✓ חקירת פונקציה שורש
4.....	תחום הגדרה
5.....	✓ קביעת נקודת קיצון באמצעות טבלה
5.....	✓ קביעת נקודת קיצון באמצעות נגזרת שנייה
5.....	✓ תחומי עלייה וירידה
5.....	✓ נקודות חיתוך עם הצירים
5.....	✓ שרטוט סקיצה
6.....	✓ הכרות עם פונקציית שורש
6.....	✓ תחום הגדרה פונקציית שורש
6.....	✓ מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:
6.....	✓ פיתוח נוסחת הנגזרת של פונקציית שורש
7.....	נגזרת מכפלה ושורש
8.....	✓ אסימפטוטה אנכית ונקודת חור
9.....	✓ תרגיל
9.....	✓ תרגיל
9.....	✓ אסימפטוטה אופקית של פונקצית שורש ומנה
9.....	✓ תרגיל
9.....	✓ תרגיל
10.....	✓ תרגיל
10.....	תרגילים חקירת פונקציה אי רציונלית מבגרויות 3-4 יח"ל
11.....	✓ מבגרות קיץ מועד ב 2016 שאלון 803
12.....	✓ בגרות קיץ מועד א 2015 שאלון 803
13.....	✓ בגרות חורף 2019 שאלון 804/481
13.....	✓ בגרות קיץ מועד א' 2014 שאלון 804/481
14.....	תרגילים מסכמים
15.....	קיץ מועד ג 2014 שאלה 7

- 16..... פרמטר פונקציה אי רציונלית - שורש
- 16..... קיץ 2006 מועד א ✓
- 16..... 804 קיץ תשע 2010 המבחן הגנוז ✓
- 17..... חקירת פונקצית שורש מבגרות 4 יח"ל
- 17..... בגרות חורף נבצרים 2022 שאלה 8 ✓
- 18..... בגרות מועד א 2022 שאלה 7 ✓
- 18..... בגרות מועד חורף 2023 שאלה 7 ✓
- 19..... בגרות מועד א 2023 שאלה 7 ✓
- 19..... בגרות מועד ב 2023 שאלה 7 ✓
- 20..... בגרות מועד מיוחד 2023 שאלה 7 ✓
- 20..... בגרות מועד חורף 2024 שאלה 7 ✓
- 21..... בגרות מועד א 2024 שאלה 7 ✓
- 22..... בגרות קיץ מועד ב 2024 שאלה 7 ✓
- 23..... חקירת פונקצית שורש מבגרות 5 יח"ל
- 23..... בגרות מועד חורף 2022 שאלה 7 ✓
- 23..... בגרות מועד חורף נבצרים 2022 שאלה 6
- 24..... בגרות מועד א 2023 שאלה 7
- 25..... בגרות מועד ב 2023 שאלה 7 ✓
- 25..... בגרות מועד מיוחד 2023 שאלה 7 ✓
- 26..... בגרות מועד חורף 2024 שאלה 6 ✓
- 26..... בגרות מועד קיץ א 2024 שאלה 6 רציונלית קעירות ✓

חשבון דיפרנציאלי

✓ חקירת פונקציה שורש

תחום הגדרה



שורש ריבועי לא מוגדר עבור מספרים שליליים

$$y = \sqrt{x} \quad x \geq 0$$

$$y = \sqrt{x-2} \quad \begin{matrix} x-2 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{matrix}$$

תחום ההגדרה של שבר

הוא שהמכנה שלו שונה מאפס

$$y = \frac{1}{x} \quad x \neq 0$$

$$y = \frac{1}{x-4} \quad \begin{matrix} x-4 \neq 0 \\ x \neq 4 \end{matrix}$$

✓ נקודת קיצון נקודות מקסימום מקומי

בנקודות המינימום והמקסימום הנגזרת של הפונקציה שווה לאפס.

לכן, אם נרצה למצוא את שיעור ה- x של נקודות הקיצון (min/max) נמצא את הנגזרת ונשווה את הנגזרת לאפס.

✓ אז מצאנו נקודת קיצון, איך נקבע את סוג הקיצון (min/max) ?

לשם כך ניתן להיעזר באחת משתי השיטות:

(1) באמצעות טבלה

(2) באמצעות נגזרת שנייה (קיימים מקרים שלא ניתן לבדוק באמצעות נגזרת שנייה !!)

קביעת נקודת קיצון באמצעות טבלה

נקודה גדולה מהנק' החשודה	שיעור x של נק' קיצון	נקודה קטנה מהנק' החשודה
	נציב את שיעור x בנגזרת y'	
	אם $y' > 0$ נצייר חץ עולה אם $y' < 0$ נצייר חץ יורד	

קביעת נקודת קיצון באמצעות נגזרת שנייה

שימו לב !! קיימים מקרים בהם לא ניתן לבדוק באמצעות נגזרת שנייה ולכן מומלץ לקבוע

באמצעות טבלה !

נגזור שוב את הפונקציה ונציב את שיעור ה- x של נקודת הקיצון.

אם $y'' > 0$ אז זאת נקודת מינימום

אם $y'' < 0$ אז זאת נקודת מקסימום

תחומי עלייה וירידה

נראה באמצעות הטבלה מתי יש עלייה ומתי יש ירידה

נקודות חיתוך עם הצירים

נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא הנקודה בה הפונקציה חותכת/נפגשת עם ציר y .

הנקודה $A(\quad , \quad)$ "יושבת" על ציר y .

נקודת החיתוך עם ציר ה- x היא הנקודה בה הפונקציה חותכת/נפגשת עם ציר x .

הנקודה $B(\quad , \quad)$ "יושבת" על ציר x .

שרטוט סקיצה

נסמן במערכת הצירים את נקודות החיתוך עם הצירים ,

את נקודות הקיצון שמצאנו (מינימום ומקסימום)

ניצור כובעים לפי נקודת סיווג נקודות הקיצון (אם מינימום: U מקסימום: H)

נחבר בין הנקודות ונקבל את הסקיצה של גרף הפונקציה

הכרות עם פונקציית שורש

שרטט את גרף הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x}$

האם ניתן לקבוע את סימן הנגזרת באמצעות הגרף?

תחום הגדרה פונקציית שורש

הביטוי שבתוך השורש חייב להיות אי שלילי

$$y = \sqrt{f(x)}$$

$$f(x) \geq 0$$

שורש של ביטוי יכול להיות מוגדר רק כאשר הביטוי גדול מאפס או שווה אפס.

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x-2}$$

$$y = \sqrt{3-2x}$$

$$y = 3\sqrt{-x} + 6$$

$$y = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$y = \sqrt{-x^2 + 4}$$

פיתוח נוסחת הנגזרת של פונקציית שורש

נמצא דרך I לפיתוח נוסחת הנגזרת של פונקציית שורש

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$$

נמצא דרך II לפיתוח נוסחת הנגזרת של פונקציית שורש

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

✓ גזור את הפונקציות הבאות:

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{x-2}$$

$$y = \sqrt{3-2x}$$

$$y = 3\sqrt{-x} + 6$$

$$y = \sqrt{x^2 - 3x}$$

$$y = \sqrt{-x^2 + 4}$$

$$y = 3\sqrt{x} - x$$

$$y = 2x^2\sqrt{x}$$

נגזרת מכפלה ושורש

$$f(x) = x \cdot \sqrt{x+18} \quad \checkmark \quad .1$$

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x+20} \quad \checkmark \quad .2$$

$$f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{2x+10} \quad \checkmark \quad .3$$

נגזרת מנה ושורש

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-15}} \quad \checkmark \quad .1$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{2x-2}} \quad \checkmark \quad .2$$

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-9}} \quad \checkmark \quad .3$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} \quad \checkmark \quad .4$$

$$f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}} \quad \checkmark \quad .5$$

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+x}} \quad \checkmark \quad .6$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x} \quad \checkmark \quad .7$$

אסימפטוטה אנכית ונקודת חור

שלב א' משווים את המכנה לאפס ופותרים את המשוואה במידה והתקבלו פתרונות, הפתרונות יכולים להיות אסימפטוטות אנכיות.

שלב ב' מציבים במונה את כל אחד מהערכי ה- x שהתקבלו בשלב א' יתכנו המקרים הבאים:

$$y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-16} \text{ דוגמה א'}$$

$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-9} \text{ דוגמה ב'}$$

שלב ב' מקרה (1)

אם המונה לא מתאפס

(לאחר הצבה במונה את הפתרון $x = x_1$)

והתקבל מספר ממשי השונה מאפס,

אז הישר $x = x_1$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.

שלב ב' מקרה (2)

אם במונה מתקבל מספר שאינו ממשי

(לאחר הצבה במונה את הפתרון $x = x_1$)

אז הישר $x = x_1$ אינו אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.

שלב ב' מקרה (3)

אם המונה מתאפס אז קיים חשד שלא מתקבלת אסימפטוטה אנכית אלא נוצר "חור" בגרף.

יש 2 דרכים עיקריות לפתרון:

(א) מצמצמים את הפונקציה עד כמה שניתן ולאחר הצמצום בודקים אם הערך x_1 מאפס את המכנה.

אם כן, אז התקבלה אסימפטוטה אנכית, אם לא אז נוצר "חור" בגרף.

(ב) מציבים בפונקציה ערכי x ההולכים ומתקרבים ל- x_1 .

אם ערך הפונקציה מתקרב למספר מסוים, נוצר "חור" בגרף

ואם ערך הפונקציה מתקרב לפלוס אינסוף או מינוס אינסוף, אז הישר $x = x_1$ הוא אסימפטוטה אנכית

✓ תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2-16}$

א. מצא תחום הגדרה

ב. אסימפטוטות אנכיות

✓ תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-9}$

א. מצא תחום הגדרה

ב. אסימפטוטות אנכיות

✓ אסימפטוטה אופקית של פונקצית שורש ומנה

כאשר נרצה למצוא אסימפטוטה אופקית:

(1) כאשר $x \rightarrow +\infty$ מתקיים $\sqrt{x^2} = x$

(2) כאשר $x \rightarrow -\infty$ מתקיים $\sqrt{x^2} = -x$

✓ תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-9}}$

א. מצא תחום הגדרה

ב. אסימפטוטות אופקית

✓ תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}$

א. מצא תחום הגדרה

ב. אסימפטוטות אנכית ואופקית

✓ תרגיל

נתונה הפונקציה: $y = \frac{\sqrt{x-1}}{2x}$

א. מצא תחום הגדרה

ב. אסימפטוטות אנכיות ואופקית

תרגילים חקירת פונקציה אי רציונלית מבגרויות 3-4 יח"ל

(1) ✓

נתונה הפונקציה $f(x) = 2x - 8\sqrt{x}$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה. נמק.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק את תשובתך.

ד. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ה. קבע איזה מן הגרפים $IV - I$ שלפניך הוא גרף של הפונקציה $f(x)$

(2) ✓

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 4\sqrt{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .

ה. נתון כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה $(0, 2.52)$.

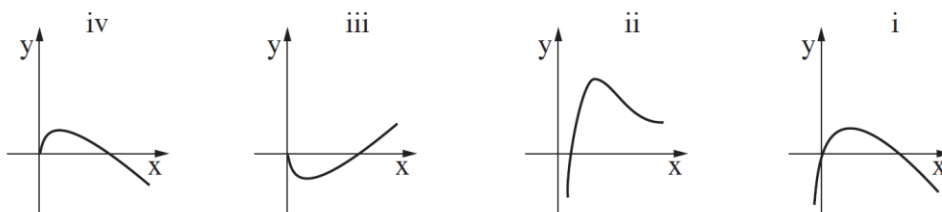
היעזר בנתון זה ובתשובותיך לסעיפים א-ד וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

מבגרות קיץ מועד ב 2016 שאלון 803

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$.

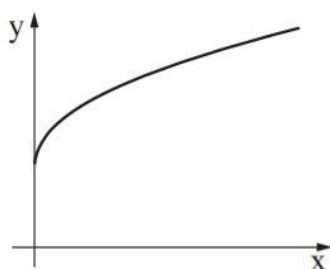
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את x שעבורו $f'(x) = 0$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק.
- איזה מהגרפים i-iv שלפניך הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



(3)

בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודת קיצון פנימית.
- העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1. מצא את משוואת המשיק.
- האם הישר $y=2$ חותך את הפונקציה? נמק.



בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- גזור את הפונקציה והראה כי לפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות.
- העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 1. מצא את משוואת המשיק.
- האם הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה? נמק.

בגרות קיץ מועד א 2015 שאלון 803

נתונה הפונקציה $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

לגרף הפונקציה העבירו משיק בנקודה A שבה $x=4$ (ראה ציור).

ב. (1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.

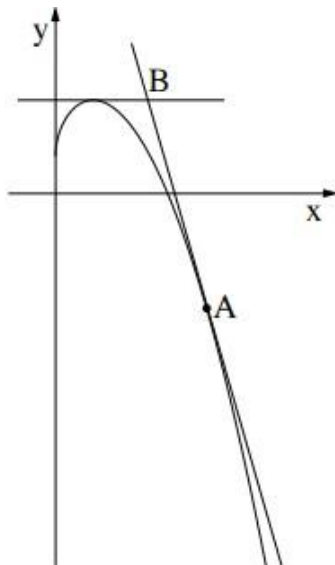
(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

המשיק בנקודה A נפגש בנקודה B עם ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה (ראה ציור).

ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה?

(2) מצא את השיעורים של הנקודה B. בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.



נתונה הפונקציה $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

לגרף הפונקציה העבירו משיק בנקודה A שבה $x = 4$ (ראה ציור).

ב. (1) מצא את השיפוע של המשיק בנקודה A.

(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

ג. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.

המשיק בנקודה A נפגש בנקודה B עם ישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה (ראה ציור).

ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודת המקסימום של הפונקציה?

(2) מצא את השיעורים של הנקודה B.

בתשובתך השאר ספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית.

✓ בגרות חורף 2019 שאלון 804/481

נתונה הפונקציה $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?

ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$ שתחום ההגדרה שלה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$ כאשר c הוא פרמטר.

ו. מה הם ערכי c שעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

נתונה הפונקציה $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

א. מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?

ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, שתחום ההגדרה שלה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.

ו. מה הם על ערכי c שעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

✓ בגרות קיץ מועד א' 2014 שאלון 804/481

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר $y = x - 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- האם הישר $y = x - 2$ חותך את גרף הפונקצייה $f(x)$? נמק.

תרגילים מסכמים

✓ (1)

לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x-a}}{cx^2}$ יש קיצון בנקודה $(8; \frac{\sqrt{2}}{8})$.

א. חשב את a ואת c .

ב. חקור את הפונקציה ומצא:

(1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה

(4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

✓ (2)

מצא נקודות פיתול לפונקציה: $y = x\sqrt{x-3}$

✓ (3)

חקור את הפונקציה הבאה: $y = \sqrt{4-x^2}$

קיץ מועד ג 2014 שאלה 7

(4) ✓

בציור שלפניך מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{12x^3 - x^5}}{x}$, שתחום ההגדרה שלה הוא: $x \leq -2\sqrt{3}, 0 < x \leq 2\sqrt{3}$.

א. הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיוק.

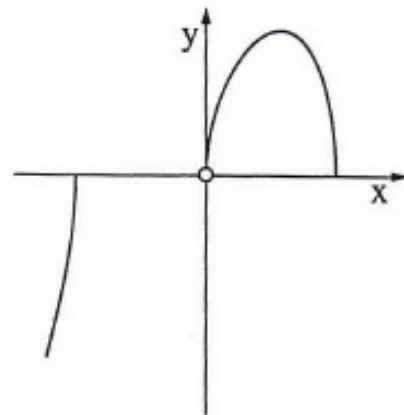
מצא את תחום הערכים של k .

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{12x - x^3}$, שתחום ההגדרה שלה הוא $-2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}$.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) עבור הערכים של k שמצאת בסעיף א', מצא בכמה נקודות חותך הישר $y=k$ את גרף הפונקציה $g(x)$.



פרמטר פונקציה אי רציונלית - שורש

התרגילים הבאים הם חלק משאלה מבגרות. נפתור את החלק הקשור לפרמטר בלבד.

קיץ 2006 מועד א

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{ax^2 - 16a}$, $a \neq 0$ פרמטר.

א. חשב את הערך של a , אם שיפוע המשיק לגרף הפונקציה נקודה שבה $x=8$ הוא $\sqrt{\frac{2}{3}}$

804 קיץ תשע 2010 המבחן הגנוז

נתונה הפונקציה $f(x) = ax - \sqrt{2 - x^2}$, a הוא פרמטר.

א. הישר $y = -x - \sqrt{2}$ משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y . מצא את הערך של a .

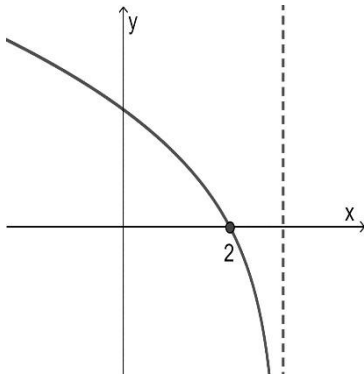
חקירת פונקצית שורש מבגרות 4 יח"ל

בגרות חורף נבצרים 2022 שאלה 8

נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{a-x}$, a הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. (1) היעזר בגרף, ורשום את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. קבע את סוגה.



(2) חשב את הערך של a .

הצב $a=3$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x+3)$.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק.

בגרות מועד א 2022 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.

א. הראו כי $a=3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

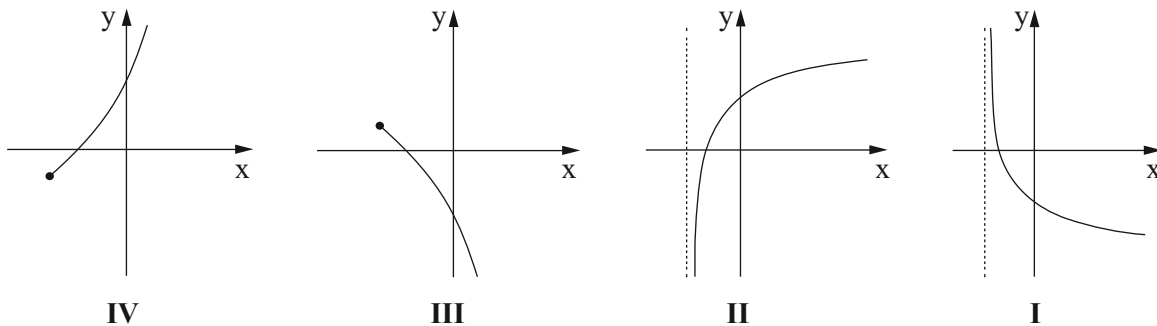
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי ציר ה- x .



בגרות מועד חורף 2023 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2\sqrt{4x+20}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x)=f(x)+c$, C הוא פרמטר.

נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$.

ה. מצאו את c (צינו את שתי האפשרויות).

בגרות מועד א 2023 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b .

הציבו $b=9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

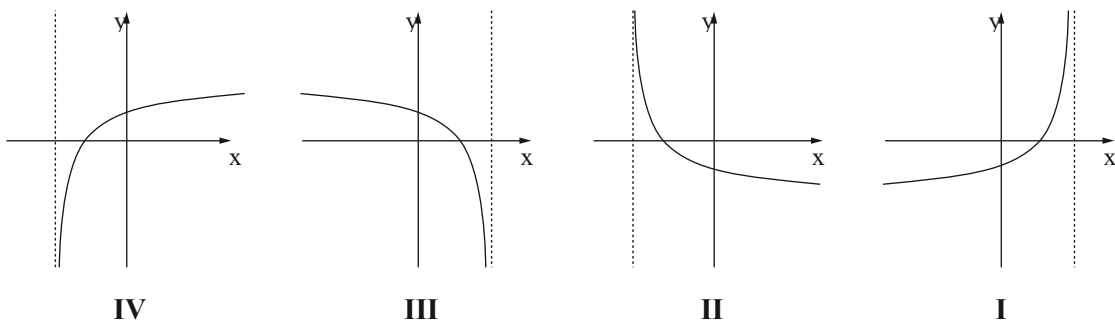
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



בגרות מועד ב 2023 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = (x-1)\sqrt{2x+10}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

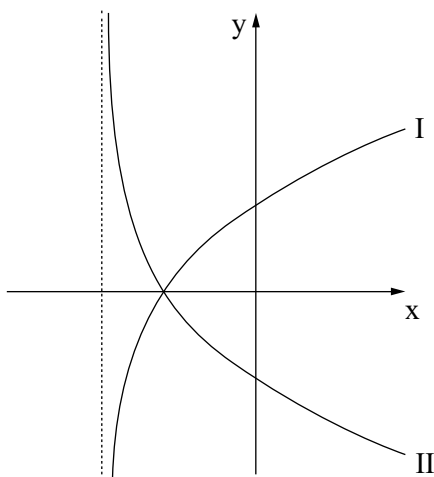
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית

הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה- x .



✓ בגרות מועד מיוחד 2023 שאלה 7

נתונה הפונקצייה: $f(x) = 6x(\sqrt{x} - m)$

$m > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה $x=4$.

ב. (1) מצאו את m .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעור ה- γ של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי ציר ה- x .

✓ בגרות מועד חורף 2024 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2\sqrt{-2x + 10}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $c, g(x)=f(x)-c$, הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקצייה $g(x)$ משיק לישר $y=20$

ה. מצאו את הערך של c .

בגרות מועד א 2024 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x) = \sqrt{5-2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר

ידוע כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה

א. מצאו את הערך של b .

הציבו $b=1/2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה פונקצייה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = -f(x)$, הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

✓ בגרות קיץ מועד ב 2024 שאלה 7

נתונה הפונקציה $y = x^2\sqrt{-0.5x + 5}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים

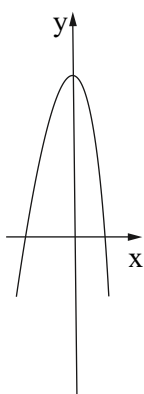
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה וקבעו את סוגן

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

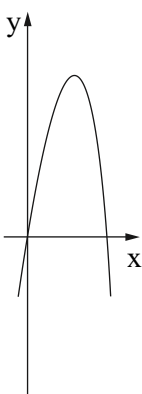
ה. אחד מן הגרפים שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $af'(x)$ שווה ל 160. a הוא פרמטר שלילי.

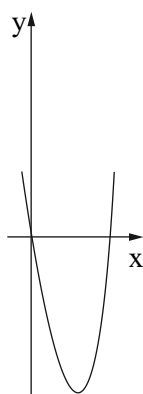
ו. מצאו את הערך של a



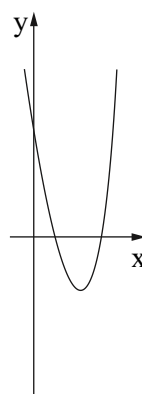
IV



III



II



I

חקירת פונקציות שורש מבגרות 5 יח"ל

בגרות מועד חורף 2022 שאלה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2\sqrt{x^2 - 2x}$.

- א (1). מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב (2). מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ג (3). מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ד (4). מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .
- ה (5). סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

- ו (1). מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ז (2). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ח. האם ייתכן שיש שמשוואתו $y = 4x + c$ (פרמטר) ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

בגרות מועד חורף נבצרים 2022 שאלה 6

נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.

- א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.
- ג. (1) מצאו את a .
- ד. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- ה. (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ו. (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ז. נתונות הפונקציות $h(x) = |f(x)|$, $g(x) = -f(x + 2)$.
- ח. ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.
- ט. (2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת מקסימום של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.

$$\text{נתון כי } k > -3, \int_1^3 h(x) dx = \int_{-3}^k g(x) dx$$

ד. מצאו את k . הסבירו את התשובה.

בגרות מועד א 2023 שאלה 7

נתונה הפונקצייה $f(x)$ המוגדרת בתחום $x \leq a, x \neq 0$ כאשר a הוא פרמטר חיובי.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $x < a, x \neq 0$.

לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש שלוש אסימפטוטות המאונכות לצירים שמשוואותיהן: $x=0, x=a, y=0$.

בתחום $x < 0$ פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עולה.

הישר $x=0$ הוא אסימפטוטה גם לגרף הפונקצייה $f(x)$.

$$f(a)=0$$

א. (1) מצאו את תחום העלייה ואת תחום הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

הביעו את תשובתכם באמצעות a , אם יש צורך. נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $f(x)$? נמקו.

נתון כי הישר $y=0$ הוא אסימפטוטה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטוטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$, בהתאם לתשובתכם בתת-סעיף א(2).

נתון כי אחד מן הביטויים I-IV שלפניכם מייצג את הפונקצייה $x(f)$.

$$1. \frac{\sqrt{a-x}}{x^2}, 2. \frac{\sqrt{x-a}}{x^2}, 3. \frac{\sqrt{a-x}}{x}, 4. \frac{\sqrt{x-a}}{x}$$

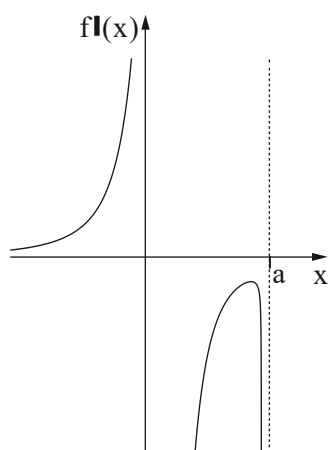
ג. איזה מן הביטויים I-IV מייצג את הפונקצייה $f(x)$? נמקו.

ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x=-2$, הוא: $7/16$.

ד. מצאו את הערך של a .

ה. הציבו $a=2$ וחשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $(f(x))^2$, על ידי ציר ה- x ועל ידי

הישר $x=1$.



בגרות מועד ב 2023 שאלה 7

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+x}}$$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? נמקו את תשובתכם.
- ג. (3) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- ד. (4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתון כי לפונקציה $f(x)$ נקודות פיתול.
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. ג. היעזרו בגרף הפונקציה $f(x)$, וקבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הנגזרת השנייה $f''(x)$. נמקו את קביעתכם.
- ח. ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.

בגרות מועד מיוחד 2023 שאלה 7

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
- ג. (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. (4) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ה. ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתונה הפונקציה $f(x) = -f(-x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $h(x)$ מוגדרות באותו תחום.
- ז. ג. באותה מערכת צירים שבה סרטטתם סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
- ח. נתון: $a > 4$ הוא פרמטר.
- ט. ד. סדרו את הביטויים I-III שלפניכם מן הקטן ביותר אל הגדול ביותר (כתבו בצד שמאל את מספרו של הביטוי הקטן ביותר וכן הלאה).

$$\int_{-a+1}^{-a+2} (f(x) - h(x))dx \quad \text{III}$$

$$\int_{a+1}^{a+2} (f(x) - h(x))dx \quad \text{II}$$

$$\int_a^{a+1} (f(x) - h(x))dx \quad \text{I}$$

✓ בגרות מועד חורף 2024 שאלה 6

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2} \quad \text{נתונה הפונקצייה:}$$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$$g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x}-2} \quad \text{נתונה הפונקצייה: המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה } f(x)$$

ג. הראו כי לכל $x > 0$ בתחום ההגדרה של הפונקציות מתקיים $f(x) = g'(x)$.

ד. לפניכם טענות I-II. קבעו בנוגע לכל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותיכם.

I. יש משיק לגרף הפונקצייה $g(x)$ ששיפועו הוא 2.

II. לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

✓ בגרות מועד קיץ א 2024 שאלה 6 רציונלית קעירות

$$f(x) = \frac{4x}{(x^2-a)^2} \quad \text{נתונה הפונקצייה: } a, \text{ הוא פרמטר חיובי.}$$

ענו על סעיפים א-ה. הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת $g'(x) = f(x)$. גרף הפונקצייה $g(x)$ עובר בנקודה $(0,0)$.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ג. מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. (1) מצאו פונקצייה $g(x)$ המקיימת תנאים אלו.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ שמצאתם בתת-סעיף ד (1).

$h(x)$ היא פונקצייה המוגדרת כך: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.

הפונקציות $h(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ה. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את תחומי החיוביות של הפונקצייה $h(x)$.