



## הגדרת הלוגריתמים – שיטת ה"לב"

$$\log_a b = c$$

$$a^c = b$$

$$a, b > 0, a \neq 1$$

### תרגילים

(1)   $\log_2 x = 4$

(2)   $\log_3 27 = x$

(3)   $\log_x 4 = -2$

(4)   $\log_x \frac{1}{81} = -\frac{4}{3}$

(5)   $\log_{27}(3x - 6) = \frac{1}{3}$

(6)   $\log_3(x^2 - 6x) = 3$

(7)   $\log_3(\log_{27} x) = -1$

(8)   $\log_x(x - \sqrt{x} - 3) = \frac{1}{2}$

### פתרון

(1)  $16 = x$  (2)  $x = 3$  (3)  $x = \frac{1}{2}$  (4)  $x = 27$  (5)  $3 = x$  (6)  $x = -3, 9$  (7)  $3 = x$  (8)  $x = 9$

## ✓ חוקי הלוגריתמים

$$a \neq 1, a > 0, x > 0, y > 0$$

(1) לוגריתם של **מכפלת** שני מספרים לפי בסיס כלשהו שווה **לסכום** הלוגריתמים של שני המספרים לפי אותו בסיס.

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_2 x = \log_2 9 + \log_2 10$$

(2) לוגריתם של **מנת** שני מספרים לפי בסיס כלשהו שווה **להפרש** בין הלוגריתמים המונה למכנה לפי אותו בסיס.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_2 x = \log_2 9 - \log_2 10$$

(3) לוגריתם של **חזקה** לפי בסיס כלשהו שווה **למכפלת** מעריך החזקה בלוגריתם של בסיס החזקה לפי אותו בסיס.

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$\log_2 x^2 = 2 \log_2 x$$

## ✓ כלל

אם קיים שוויון בין שני לוגריתמים בעלי אותו בסיס,

אז גם הביטויים שבתוך הלוגריתמים שווים זה לזה.

$$\log_a x = \log_a y : \text{אם}$$

$$x = y : \text{אז}$$

$$x > 0, y > 0$$

## תרגילים

(9) ✓  $\log_5 x = \log_5 3 + \log_5 2$

(10) ✓  $\log_2 x = \log_2 4 - \log_2 2$

(11) ✓  $\log_4 x = 2 \log_4 3$

(12) ✓  $\log_3 x = \log_3 3 + 2$

(13) ✓  $2 \log_3 x = 1 + \log_3 12 - 2 \log_3 2$

## פתרון

(9)  $x = 6$  (10)  $x = 2$  (11)  $x = 9$  (12)  $x = 27$  (13)  $x = 3$

## הוצאת לוגריתמים פתרון משוואה: $a^x = b$

למדנו לפתור משוואות מעריכיות מהצורה  $a^x = b$  כאשר יש בסיס משותף.

כעת נלמד לפתור משוואות מעריכיות שבהן אין ל- $a$  ול- $b$  בסיס משותף.

הדרך לפתרון היא הוצאת לוגריתמים משני האגפים.

**פתרון המשוואה:  $a^x = b$**

$$\text{הוא: } x = \frac{\ln b}{\ln a} \text{ או } x = \frac{\log b}{\log a}$$

## תרגילים

(14)   $3^x = 8$

(15)   $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 20$

(16)   $100^x = 300$

(17)   $2^{x+1} + 2^x = 21$

(18)   $6^{x+1} = 14$

## פתרונות

(14)  $x=1.8927$  (15)  $x=4.3219$  (16)  $x=1.2385$  (17)  $x=2.807$  (18)  $x=0.4728$

## הנוסחה: $a^{\log_a x} = x$

בנוסחה בסיס החזקה הוא  $a$  ובסיס הלוגריתם הוא  $a$ .

$$a^{\log_a x} = x$$

### תרגילים

(19)   $2^{\log_2 5}$

(20)   $3^{3+\log_3 5}$

### פתרונות

(19) 5 (20) 135

## מעבר מבסיס לבסיס

$$\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a}$$

$$a \neq 1, a > 0,$$

$$x \neq 1, x > 0,$$

$$b > 0$$

### תרגילים

(21)   $\log_2 x + \log_4 x = 3$

(22)   $\log_a x + \log_x a^2 = 3$

(23)   $(\log_3 x)^2 + \log_9 x^2 = 0$

### פתרונות

(21)  $x=4$  (22)  $x = a, a^2$  (23)  $x = \frac{1}{3}$

## ✓ הפונקציה הלוגריתמית

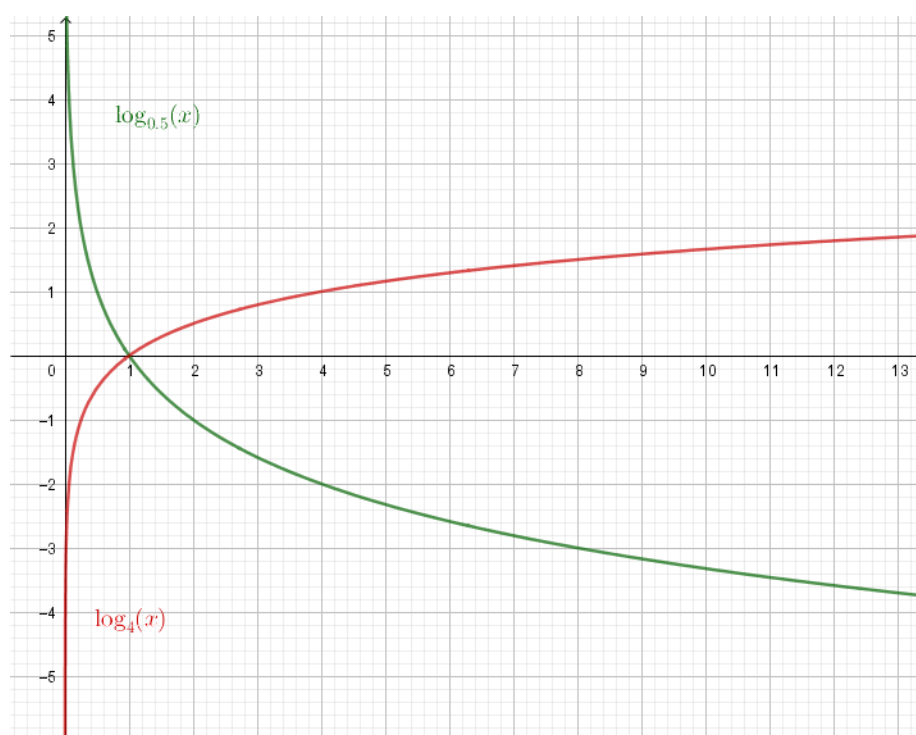
הפונקציה הלוגריתמית:

$$f(x) = \log_a x$$

מוגדרת כפונקציה ההפוכה ל-  $g(x) = a^x$

כאשר  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

הלוגריתם של המספר  $x$  לפי הבסיס  $a$  הוא המעריך של החזקה שבה צריך להעלות את הבסיס  $a$  כדי לקבל את המספר  $x$ .



הגרף עובר בנקודה  $(1,0)$

הישר  $x=0$  הוא אסימפטוטה אנכית

תחום ההגדרה הוא  $x > 0$

אם  $a > 1$ , אז הפונקציה עולה בכל התחום  $x > 0$

אם  $0 < a < 1$ , אז הפונקציה יורדת בכל התחום  $x > 0$ .