

תלמידים יקרים,

אנו גאים להציג בפניכם חוברת זו בנושא **הסתברות**, המהווה חלק קטן ממערך


גדול של חומר עזר לתלמידי תיכון להכנה לבגרות במתמטיקה באתר

OpenBook.

באתר קיימים הסברים מוקלטים בווידאו עם שלל אמצעי המחשה שמטרתם

להנגיש את החומר ולהפוך את חווית הלמידה למהנה ומעניינת.

סימונים:

קיים פתרון מוקלט באתר הקורס בלחיצה על הסימן תועבר לדף הרלוונטי באתר. 

מצאתם טעות? נא שלחו הודעה לכתובת המייל info@OpenBook.co.il

אנו מאחלים לכם הנאה בלמידה,

התעשרות בידע ובתובנות וכמובן הרבה הצלחה!

המרכז לקידום אקדמי OpenBook.

הסתברות

806



הסתברות היא מדד כמותי המתאים לאפשרות ש**מאורע** מסוים יתרחש.
ה**הסתברות** היא סיכוי הניתן לחישוב.
בבעיות העוסקות ב**הסתברות** אנו מבצעים פעולות, לכל **פעולה** יש **תוצאה אפשרית**.
תוצאה אפשרית נקראת **מאורע**.
את ה**הסתברות** מסמנים באות P – Probability

איך מחשבים הסתברות

הסתברות היא ביטוי מספרי למידת הסבירות שמאורע מסוים יתרחש.

לדוגמא:

נתונים 6 כדורים, בוחרים באקראי כדור אחד.



1. מה הסיכוי (ההסתברות) לבחור כדור ירוק?

ישנם 4 כדורים ירוקים מתוך 6 כדורים בסה"כ.

כלומר, הסיכוי (ההסתברות) לבחור כדור אחד הוא: 4 מתוך 6, כלומר:

$$P_{green} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. מה הסיכוי (ההסתברות) לבחור כדור סגול?

ישנם 2 כדורים סגולים מתוך 6 כדורים בסה"כ.

כלומר, הסיכוי (ההסתברות) לבחור כדור אחד הוא: 2 מתוך 6, כלומר:

$$P_{purple} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(1)

בכיתה 16 בנים ו- 24 בנות. בחרו באקראי תלמיד מהכיתה.

א. מה ההסתברות שבחרו בן?

ב. מה ההסתברות שבחרו בת?

הגרלת פרסים

(3) ✓

- במסיבת סוף שנה, נמכרו 500 כרטיסי הגרלה. הפרסים שחולקו בהגרלה הם:
- 3 הפלגות לרודוס, 7 משקפי שמש, 40 שעונים, 20 כרטיסים לסרט.
- א. מהי ההסתברות לזכות בהפלגה לרודוס?
ב. מהי ההסתברות לזכות בשעון?
ג. מהי ההסתברות לזכות בכרטיסים לסרט?
ד. מהי ההסתברות לזכות במשקפי שמש?
ה. מהי ההסתברות לזכות בפרס כלשהו?
ו. מהי ההסתברות לא לזכות כלל בפרס?

זריקת 2 קוביות

(4) ✓

- זורקים שתי קוביות משחק שעל כל אחת מהן רשומים המספרים 1,2,3,4,5,6.
- א. רשום את כל התוצאות האפשריות.
ב. כמה אפשרויות יש?
ג. מה ההסתברות ששתי הקוביות יראו את אותו מספר?
ד. מה ההסתברות שבדיוק קוביה אחת תראה 1?
ה. מה ההסתברות שסכום המספרים שתראינה הקוביות הוא 5?
ו. מה ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 7?
ז. מה ההסתברות שלכל היותר קוביה אחת תראה 6?
ח. מה ההסתברות שלכל היותר קוביה אחת תראה 5?
ט. מה ההסתברות שלפחות קוביה אחת תראה 1?

(5) ✓

- מסובבים פעמיים סביבון שעליו האותיות נ', ג', ה', פ'.
- א. רשום את כל התוצאות האפשריות.
ב. כמה אפשרויות יש?
ג. חשב את ההסתברויות הבאות:
- (1) שהאות נ' תתקבל בשני הסיבובים.
(2) שהאות ג' תתקבל באחד מהסיבובים והאות ה' תתקבל בסיבוב האחר.

זריקת שני מטבעות

✓ (6)

זורקים שני מטבעות. לכל מטבע צד אחד עם תמונה וצד אחר עם מספר.
א. רשום את כל התוצאות האפשריות.
ב. כמה אפשרויות יש?
ג. חשב את ההסתברויות הבאות:

- (1) מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו אותו צד?
- (2) מהי ההסתברות שבדיוק מטבע אחד יראה מספר?
- (3) מהי ההסתברות שלפחות מטבע אחד יראה מספר?

מאורעות דו שלביים

✓ (7)

בכד יש 4 כדורים צהובים ו-5 כדורים שחורים.
מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור נוסף.

- (1) מה ההסתברות שכדור א' יהיה צהוב וגם כדור ב' יהיה שחור?
- (2) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור צהוב?
- (3) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור שחור?
- (4) מה ההסתברות שהוצא כדור צהוב וגם כדור שחור?

✓ (8)

בכד יש 4 כדורים צהובים ו-5 כדורים שחורים.
מוציאים באקראי כדור אחד, ולא מחזירים אותו לכד (ללא החזרה) ומוציאים באקראי כדור נוסף.

- (1) מה ההסתברות שכדור א' יהיה צהוב וגם כדור ב' יהיה שחור?
- (2) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור צהוב?
- (3) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור שחור?
- (4) מה ההסתברות שהוצא כדור צהוב וגם כדור שחור?

✓ (9)

בכד יש 4 כדורים צהובים, 3 כדורים כחולים ו-5 כדורים שחורים.

מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור נוסף.

- (1) מה ההסתברות שכדור א' יהיה צהוב וגם כדור ב' יהיה שחור?
- (2) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור צהוב?
- (3) מה ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור שחור?
- (4) מה ההסתברות שהוצא כדור צהוב וגם כדור שחור?

המאורע המשלים

(10)

הסיכוי של תלמיד להצליח במתמטיקה הוא 0.8, הסיכוי להצליח בספרות 0.7 והסיכוי להצליח באנגלית 0.9.

- א. מה ההסתברות של התלמיד להצליח גם במתמטיקה גם באנגלית וגם בספרות?
- ב. מה ההסתברות של התלמיד לא להצליח במתמטיקה וגם לא להצליח באנגלית וגם לא להצליח בספרות?
- ג. מה ההסתברות להצליח במתמטיקה וגם להצליח באנגלית ולא להצליח בספרות?
- ד. מה ההסתברות להצליח במתמטיקה ולא להצליח באנגלית ולא להצליח בספרות?

לפחות לכל היותר

(11)

שני קלעים יורים כל אחד ירייה אחת למטרה.

ההסתברות שקלע א' יפגע במטרה בירייה אחת היא 0.8
ההסתברות שקלע ב' יפגע במטרה בירייה אחת היא 0.6.

- (1) רשום את כל האפשרויות הקיימות
- (2) מה ההסתברות שבדיוק אחד מהקלעים יפגע במטרה?
- (3) מה ההסתברות שלפחות אחד מהקלעים יפגע במטרה?
- (4) מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהקלעים יפגע במטרה?

הסתברויות תלויות

(12)

ההסתברות שביום מסויים ירד גשם, אם ביום שלפניו ירד גשם, היא 0.7.
ההסתברות שיירד גשם ביום מסויים, אם ביום שלפניו לא ירד גשם היא 0.6.
ביום שני ירד גשם.

מהי ההסתברות שביום רביעי יירד גשם?

משחקי מזל



(13)

במשחק מזל אפשר לזכות ב- 500 ₪, אפשר לזכות ב-250 ₪ או לא לזכות בכלל. ההסתברות לזכות ב- 500 ₪ היא 0.1, ההסתברות לזכות ב- 250 ₪ היא 0.2, ההסתברות לא לזכות כלל היא 0.7. אדם משחק פעמיים.

(1) מה ההסתברות לזכות ב- 500 ₪?

(2) מה ההסתברות לזכות בסכום גדול מ- 500 ₪?



(14)

במסיבת פורים במפעל מסוים נמכרו 500 כרטיסי הגרלה. הפרסים שחולקו

בהגרלה היו: 1 מכונית, 4 מחשבים, 10 חופשות סוף שבוע, 25 שעוני קיר.

א. מהי ההסתברות לזכות במכונית?

ב. מהי ההסתברות לזכות בשעון קיר?

ג. מהי ההסתברות לזכות בפרס כלשהו?

ד. מהי ההסתברות לא לזכות כלל בפרס?



(15)

זורקים שתי קוביות משחק רגילות.

i. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 12?

ii. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 7?

iii. מהי ההסתברות ששתי הקוביות יראו אותו מספר?

iv. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה גדול מ- 9?

v. מהי ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תראה 6?

vi. מהי ההסתברות שלכול היותר קובייה אחת תראה 6?



(16)

גיל ומתן משחקים בסביבון חנוכה, שעליו מסומנות האותיות נ, ג, ה, פ.

בכל תור מסובב השחקן את הסביבון פעמיים. גיל מנצח: אם באחד הסיבובים

הסביבון נופל על נ ובסיבוב האחר הוא נופל על ג. מתן מנצח: אם בשני

הסיבובים הסביבון נופל על פ.

האם לשני השחקנים יש אותו סיכוי לנצח? הסבירו.



(17)

זורקים שני מטבעות. לכל מטבע צד אחד עם תמונה וצד אחר עם מספר.

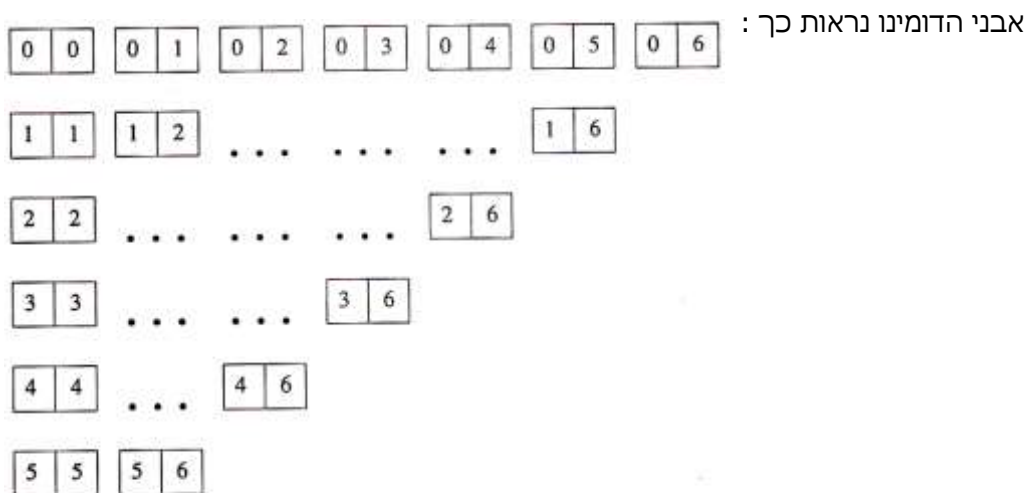
- i. מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו אותו צד?
- ii. מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו צדדים שונים?
- iii. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהמטבעות יראה תמונה?

(18) ✓ בכד יש 3 כדורים צהובים, 2 כדורים שחורים, ו-5 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.

- i. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור צהוב?
- ii. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוצאו כדורים באותו צבע?
- iii. מהי ההסתברות שתחילה הוצא כדור ירוק ואחריו כדור שחור?
- iv. מהי ההסתברות שאחד משני הכדורים שהוצאו הוא ירוק ואחד הוא שחור?
- v. מהי ההסתברות שבדיוק אחד משני הכדורים שהוצאו הוא שחור?

(19) ✓ במשחק דומינו 28 אבנים שונות.

על כל אחת מהאבנים רשומים שניים מבין המספרים 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.



בוחרים באקראי אבן אחת מבין 28 אבני הדומינו.

- i. מהי ההסתברות שעל האבן שבחרים יהיו רשומים שני מספרים 6, 6 ?
- ii. מהי ההסתברות שעל האבן שבחרים יהיו רשומים שני מספרים שווים ("דאבל")?
- iii. מהי ההסתברות שעל האבן שבחרים יהיו רשומים שני מספרים שסכומם הוא 7 ?
- iv. מהי ההסתברות שעל האבן שבחרים יהיו רשומים שני מספרים שמכפלתם היא 6 ?
- v. מהי ההסתברות שבדיוק אחד המספרים הרשומים על האבן שבחרים יהיה המספר 4 ?

(20) ✓ על הפאות של קובייה רשומים שלושה מספרים: המספר 1 רשום על שלוש פאות, המספר 2 רשום על שתי פאות, והמספר 3 רשום על פאה אחת. מטילים את הקובייה פעם אחת.

- a. מה ההסתברות לקבלת מספר זוגי?
- b. מה ההסתברות לקבלת מספר הקטן מ-3?
- c. מה ההסתברות לקבלת מספר זוגי הקטן מ-3?
- d. מה ההסתברות לקבלת מספר זוגי שאיננו קטן מ-3?

(21) ✓ גד רשם את שתי אותיות שמו, ג, ד, על שני צדדיו של מטבע, כך שעל כל צד רשומה אות אחת. גד מטיל את המטבע פעמיים.

- a. מה ההסתברות שהמטבע ייפול על אותיות שמו של גד בסדר הנכון?
- b. מה ההסתברות שהמטבע ייפול על אותיות שמו של גד בדיוק בסדר ההפוך?
- c. מה ההסתברות שהמטבע ייפול פעמיים על אותה אות?
- d. מה ההסתברות שהמטבע ייפול על שתי אותיות שונות בזו אחר זו?

(22) ✓ זורקים שתי קוביות משחק רגילות בעת ובעונה אחת. בכל הטלה בודקים את סכום המספרים הרשומים על הקוביות.

- a. אילו מספרים יכולים להתקבל כסכום?
- b. רשמו את כל האפשרויות לקבלת סכום השווה ל-5.
- c. מהו הסיכוי לקבל סכום 11? פרטו את חישוביכם.
- d. מהו סכום המספרים שהסיכוי לקבלתו הוא הגבוה ביותר?
- e. מהו סיכוי זה?

(23) ✓ זורקים שתי קוביות משחק רגילות בעת ובעונה אחת. בכל הטלה בודקים את הפרש המספרים הרשומים על הקוביות (המספר הגדול פחות הקטן או השווה).

- a. אילו מספרים יכולים להתקבל כהפרש?
- b. רשמו את כל האפשרויות לקבלת הפרש השווה ל-2.
- c. מהו הסיכוי לקבל הפרש 0? פרטו את חישוביכם.
- d. מהו הפרש המספרים שהסיכוי לקבלתו הוא הגבוה ביותר?
- e. מהו סיכוי זה?

תרגילים שונים

(24)

✓ במחסן מצויים שלושה מתקני התרעה נגד שרפה. ההסתברות שהמתקן הראשון יפעל במקרה של שרפה היא 0.9. ההסתברות שהמתקן השני יפעל במקרה של שרפה היא 0.95. ההסתברות שהמתקן השלישי יפעל במקרה של שרפה היא 0.8. מה ההסתברות שלפחות שניים מן המתקנים יפעלו במקרה של שרפה?

(25) ✓ שני קלעים יורים בו-זמנית ירייה אחת לאותה מטרה.

ידוע שאחד מהם פוגע במטרה בממוצע 90 מתוך 100 יריות, והאחר - 85 מתוך 100 יריות.

- א. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהקליעים האלה יפגע במטרה?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהקליעים האלה יפגע במטרה?

(26) ✓ ההסתברות להצליח במבחן נהיגה בפעם ראשונה היא $\frac{2}{3}$.

- שלושה אנשים ניגשים למבחן נהיגה בפעם הראשונה.
א. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצליחו במבחן?
ב. מה ההסתברות שלפחות שניים מהם יצליחו במבחן?

(27) ✓ סיכוייו של תלמיד להצליח במתמטיקה הם 0.8, באנגלית – 0.6, ובלשון – 0.7.

- תלמיד ניגש לבחינות בשלושת המקצועות האלה.
א. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בשלושת המקצועות?
ב. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק בשניים מן המקצועות האלה?
ג. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במקצוע אחד?

(28) ✓ שלושה אנשים יורים למטרה. ההסתברות שהראשון יפגע במטרה היא 0.6,

- שהשני יפגע בה – 0.8, ושהשלישי יפגע בה – 0.9.
א. מה ההסתברות שאף אחד מהם לא יפגע במטרה?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם יפגע במטרה?

(29) ✓ מטוס מטיל שלוש פצצות. ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בגשר היא 0.4,


- שהשנייה תפגע בו – 0.5, ושהפצצה השלישית תפגע בו – 0.8.
מה ההסתברות שהגשר ייהרס:
א. כאשר די בפצצה אחת להריסת הגשר?
ב. כאשר דרושות לפחות 2 פצצות להריסת הגשר?

(30) ✓ 30% מהרכבות במדינת מסוימת יוצאות באיחור.

- 90% מאלה שיוצאות באיחור מגיעות באיחור.
ידוע כי רק 60% מהרכבות היוצאות בזמן מגיעות בזמן.
א. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע באיחור?
ב. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע בזמן המתוכנן?
ג. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע בזמן המתוכנן?
ד. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע באיחור?

ה. מהו סכום ההסתברויות שהתקבלו בסעיפים א- ד. הסבירו את משמעות התוצאה.

(31)

- שתי חברות רשאיות לגשת למכרז לבניית שכונה חדשה: חברה א וחברה ב. 
- ההסתברות שחברה א תיגש למכרז היא 0.6.
- ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז תלויה בהחלטה של חברה א.
- אם חברה א ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז היא 0.3.
- אם חברה א לא ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז היא 0.8.
- א. מה ההסתברות ששתי החברות ייגשו למכרז?
- ב. מה ההסתברות שחברה א תיגש למכרז וחברה ב לא תיגש למכרז?
- ג. מה ההסתברות ש**רק** אחת משתי החברות תיגש למכרז?

ריבוע הקסם

טבלה דו ממדית

הטבלה מציגה בצורה נוחה את כל האפשרויות במרחב המדגם (בעולם).

אם קיימים שני מאורעות (לפחות) במרחב המדגם (בעולם), ניתן למיין את הנתונים ולהציגם באמצעות טבלה דו ממדית

	\bar{A}	A	
$P(B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(A \cap B)$	B
$P(\bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	\bar{B}
1	$P(\bar{A})$	$P(A)$	

$$P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$$

$$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

$$P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B})$$

$$P(B) + P(\bar{B}) = 1$$

הסתברות מותנית

דוגמה 1

מה ההסתברות לקבל מספר אי-זוגי בהטלת קובייה?

אם ידוע שהתקבלה תוצאה גדולה מ-3.

מה ההסתברות לקבל מספר אי-זוגי?

דוגמה 2

נניח שאתם נבחים במבחן מיון במתמטיקה ועליכם לענות על 3 שאלות בנושאים שונים. לכל נושא הסתברות שווה להופיע במבחן.

הנושאים למבחן מיון במתמטיקה הם: הסתברות, טריגונומטריה במישור, חשבון דיפרנציאלי, חשבון אינטגרלי, בעיות מילוליות, סדרות חשבוניות וסדרות הנדסיות.

מהו מרחב האפשרויות (מרחב המדגם) שלנו?

משרד החינוך פרסם מיקוד למבחן. (נתון חדש/ בהינתן)

הנושאים שלא יהיו במבחן מיון במתמטיקה הם: סדרות חשבוניות והסתברות.

מה קרה למרחב האפשרויות (מרחב המדגם) שלנו?

✓ הסתברות מותנית

את ההסתברות שיקרה A אם ידוע (בהניתן) ש-B קרה נהוג לסמן כך: $P(A | B)$
כאשר נתון לנו ש-B קרה, מרחב המדגם מצטמצם לאפשרות ש-B קרה.

ולכן נחשב את ההסתברות המותנית כך: $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

✓ תזכורת מאורעות תלויים/בלתי תלויים

מאורע A נקרא **בלתי תלוי** במאורע B

אם העובדה ש-B קרה

לא משנה את ההסתברות של A. $P(A | B) = P(A)$

מאורע A נקרא **תלוי** במאורע B

אם העובדה ש-B קרה

משנה את ההסתברות של A.

✓ (14)

בבית ספר מסוים 60% מכלל המורים (גברים ונשים) מתנגדים ללעיסת מסטיק בשיעור.
מספר המורים (גברים) בבית הספר גדול פי 4 ממספר המורות (נשים).
0.57 מכלל המורים (גברים ונשים) הם גברים המתנגדים ללעיסת מסטיק.
בוחרים באקראי מורה (גבר או אישה)
א. חשב את ההסתברות שהמורה שנבחר הוא אישה המתנגדת ללעיסת מסטיק.
ב. ידוע שהמורה שנבחר הוא אישה. חשב את ההסתברות שהיא מתנגדת ללעיסת מסטיק.

✓ (15)

באוניברסיטת תל אביב 30% מהסטודנטים נשואים.
50% מבין הנשואים צופים בערוץ הספורט.
80% מבין הלא נשואים צופים בערוץ הספורט.
מה ההסתברות שנבחר סטודנט והוא נוהג לצפות בערוץ הספורט?

הסתברות בינומית הגדרת מושגים חדשים

✓ הגדרה: עצרת

$n!$ קוראים: n עצרת.

מספר שהוא מכפלת כל המספרים הטבעיים הקטנים שווים לו

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

✓ הגדרה: המקדם הבינומי $\binom{n}{k}$

הביטוי $\binom{n}{k}$ מייצג בין היתר את מספר האפשרויות לסדר k עצמים זהים ב- n מקומות

✓ תמורות

בכמה דרכים שונות אפשר לסדר 4 ילדים ב-4 כסאות?

מספר הסידורים האפשריים של 4 הילדים בשורה נקרא גם:

מספר התמורות של 4 ילדים בשורה ושווה ל- $4!$

מספר הסידורים האפשריים של n איברים בשורה אחת נקרא מספר התמורות ושווה ל- $n!$.

עֶצְרַת היא מכפלת כל המספרים הטבעיים מ- 1 ועד למספר נתון.

$$n \text{ "עצרת"} = n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

✓ צירופים



(16)

בחירת ועד כיתה

מהו מספר האפשרויות לבחור ועד של 4 תלמידים לכיתה המונה 30 תלמידים כך ש:

הנבחר הראשון הוא יו"ר הועד,

הנבחר השני סגן יו"ר הועד,

הנבחר השלישי אחראי לפעילות החברתית

והנבחר הרביעי אחראי לעיצוב הכיתה?

השוואת השאלה קודמת: בחירת ועד לכיתה

מהו מספר האפשרויות השונות לבחור ועד של 4 תלמידים לכיתה המונה 30 תלמידים?

✓ בשאלה הקודמת הייתה **חשיבות לסדר** הבחירה: יו"ר, סיו"ר, אחראי על פעילויות ואחראי על עיצוב הכיתה

✓ בשאלה שלפנינו **אין חשיבות לסדר** הבחירה. חשוב רק מיהם חברי הועדה.

✓ שמספר התמורות של 4 איברים הוא 4!

✓ על מנת לא להתייחס לסדר הבחירה נחלק במספר התמורות של סדר הבחירה הפנימי של 4 חברי הועד.

✓ צירופים

נתונה קבוצה ובה n איברים שונים.

מספר האפשרויות לבחירת k איברים **שונים** זה מזה,

כאשר **אין** חשיבות לסדר נקרא גם מספר **הצירופים**.

מסומן כך: $\binom{n}{k}$ כאשר $k \leq n$.

מחושב כך: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

✓ התפלגות בינומית

מבצעים n ניסויים בלתי תלויים זה בזה,

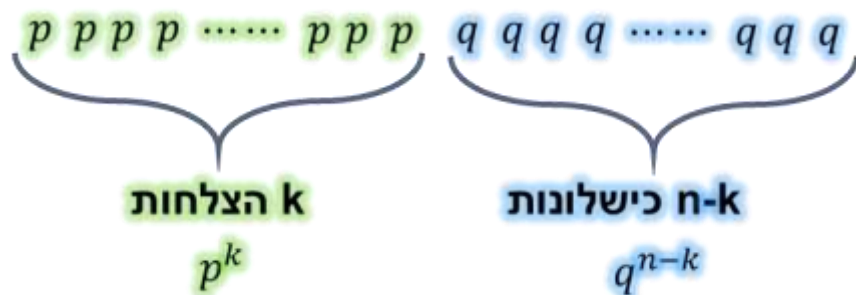
כאשר התוצאה של ניסוי כלשהו אינה תלויה בתוצאה של ניסיונות האחרים.

לכל ניסוי בודד יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: הצלחה או כישלון.

ההסתברות להצלחה בכל ניסוי קבועה ושווה ל- p

אנו נחשב את הסתברות שיתרחשו k הצלחות מתוך n ניסיונות.

ההסתברות שיתרחשו k הצלחות מתוך n ניסיונות



ומה לגבי הסדר ???

מספר האפשרויות לסידור k הצלחות מתוך n ניסיונות זה המקדם הבינומי !

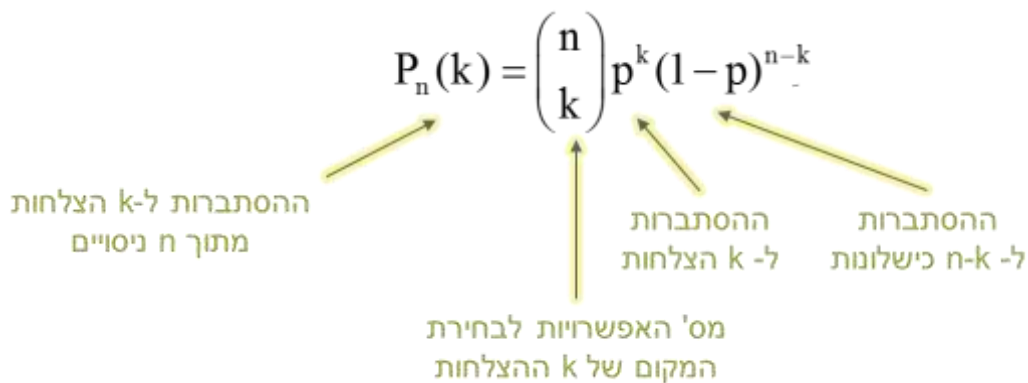
$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$\begin{aligned} P(k) &= \text{P}(k \text{ הצלחות } n \text{ להצלחה הסתברות עם חזרות } p) \\ &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\ &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \\ P_n(k) &= \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \end{aligned}$$

נוסחה זו נקראת **נוסחת ההסתברות הבינומית**.

כדי להשתמש בנוסחה לפתרון בעיה, מציבים את נתוני הבעיה המתאימים במקום n, p, k ו- $\binom{n}{k}$

סימון: $\binom{n}{k}$ - מספר האפשרויות לסידור k הצלחות ב- n ניסיונות, או, מספר הקומבינציות של k מתוך n .



✓ (17)

מה ההסתברות שב-8 הטלות קובייה תתקבל הספרה 5 בדיוק פעמים?

✓ (18)

ידוע שההסתברות שצ'לף יפגע במטרה בירייה בודדת גדולה פי 3 מההסתברות שהוא יחטיא בירייה בודדת.

א. מה ההסתברות שהצ'לף יפגע בירייה בודדת.

ב. פגיעה אחת – מפילה את המטרה. צ'לף יורה למטרה 5 יריות, מה ההסתברות שהמטרה תיפול

✓ (19)

ידוע שאם בוחרים באקראי 3 מכוניות מכלל המכוניות בארץ מסוימת,

ההסתברות שבכל אחת מ-3 המכונות יש מזגן היא 0.064 .
בוחרים באקראי 6 מכונות מהי ההסתברות שלפחות בשתי מכונות יש מזגן ?

הסתברות תרגילים מסכמים

✓ (1)

במאפיית לחם פועלים שני תנורי אפייה.

ההסתברות שהתנור הראשון יתקלקל ביום מסוים היא 0.07,

ההסתברות שהתנור השני יתקלקל ביום מסוים היא 0.05

וההסתברות שלפחות תנור אחד יתקלקל ביום מסוים היא 0.1.

חשב את ההסתברויות הבאות:

א. שני התנורים יתקלקלו ביום מסוים?

ב. בדיוק תנור אחד יתקלקל?

ג. לפחות תנור אחד יפעל?

✓ (2)

10% מהחולים במחלה A ו- 80% מהחולים במחלה B מקבלים סימפטום S.

סימפטום זה מופיע במחלות A ו B - בלבד.

מבין כל עשרה אנשים הפונים למרפאה, אדם אחד חולה במחלה A,

ומבין כל עשרים אנשים הפונים למרפאה, אדם אחד חולה במחלה B.

אדם לא יכול לחלות בשתי המחלות A ו B -

א. הגיע אדם למרפאה ולו סימפטום S, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה B?

ב. הגיע אדם למרפאה ונמצא שאין לו סימפטום S, מה ההסתברות שהוא חולה במחלה A?

✓ (3)

בבסיס נתונים לדיוור ישיר הנתונים הבאים:

50% מהאוכלוסייה הן נשים

20% הינם בעלי השכלה אקדמית

10% הינם בעלי הכנסה גבוהה.

מתוך הנשים 5% הן בעלות הכנסה גבוהה

מתוך הגברים 25% הם בעלי השכלה אקדמית

מתוך כלל האוכלוסייה: 4% הינם בעלי השכלה אקדמית והכנסה גבוהה.

אדם נבחר באופו מקרי מתוך קובץ הנתונים. נסמן:

- A האדם שנבחר הוא בעל השכלה אקדמית

- האדם שנבחר הוא בעל הכנסה גבוהה
- האדם שנבחר הוא אישה.
- האדם שנבחר הוא גבר.
- חשב את ההסתברויות הבאות:
- א. האדם שנבחר גבר בעל השכלה אקדמית.
- ב. האדם שנבחר אשה בעלת השכלה אקדמית.
- ג. אם האדם שנבחר אינו בעל הכנסה גבוהה, מה ההסתברות שיש לו השכלה אקדמית?
- ד. האדם שנבחר אינו בעל השכלה אקדמית ואינו בעל הכנסה גבוהה.
- ה. אם האדם שנבחר הינו בעל הכנסה גבוהה, מה ההסתברות שהוא אשה?
- ו. אם האדם שנבחר הינו בעל השכלה אקדמית, מה ההסתברות שהוא גבר?
- ז. האם המאורעות "אינו בעל השכלה אקדמית" ו- "אינו בעל הכנסה גבוהה" הם זרים? בלתי תלויים? נמק.

✓ (4)

- סוללת טילי קרקע אויר מורכבת משני משגרים ומעמדת פיקוד אחת המשותפת לשני המשגרים.
- לטייל בודד הנורה מאחד המשגרים יש סיכוי של 0.2 לפגוע במטוס אויב.
- אך אם שני המשגרים יורים לעבר אותו מטוס יש סיכוי של 0.35 שלפחות אחד מהם יפגע בו.
- א. מה ההסתברות ששני הטיילים גם יחד יפגעו במטוס?
- ב. ידוע שהטייל מהמשגר הצפוני לא פגע. מה ההסתברות שהטייל מהמשגר הדרומי יפגע?
- ג. האם יש תלות בין מאורעות הפגיעה משני המשגרים? נמק.

✓ (5)

- בניסוי שנערך כדי להעריך את יעילותה של בדיקה חדשה התברר, שבבדיקה מתקבלת תגובה חיובית ב- 90% מהמקרים בהם אדם חולה, אך גם ב- 2% מהמקרים בהם אדם בריא.
- מניסיון שהצטבר ידוע, כי שכיחות המחלה באוכלוסייה 15% -
- אדם נבחר באופן מקרי ונבדק. חשב:
- א. אם התקבלה תגובה חיובית בבדיקה, מה ההסתברות שהאדם חולה?
- ב. אם התקבלה תגובה שלילית בבדיקה, מה ההסתברות שהאדם חולה?

✓ (6)

על פי נתונים סטטיסטיים נמצא כי בחברת התעופה "רקיע" 15% מהמטוסים מגיעים באיחור ליעדם, וכן כי 20% מבין המטוסים - המאחרים מאחרים ביותר משעה אחת.

האיחורים של המטוסים השונים אינם תלויים זה בזה.

ביום חמישי בערב יש לחברה 10 טיסות.

א. מה ההסתברות שמטוס של חברת "רקיע" יאחר ביותר משעה?

ב. מה ההסתברות שביום חמישי בערב כל הטיסות של חברת "רקיע" תגענה בזמן?

ג. מה ההסתברות שביום חמישי בערב לכל היותר 2 מטוסים של חברת "רקיע" יאחרו?

ד. בחודש יש לחברת "רקיע" 180 טיסות. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר הטיסות של החברה המאחרות ביותר משעה אחת?

✓ (7)

דני לומד לבחינה במבוא לכלכלה ע"י פתרון שאלות ממאגר שאלות גדול שנמצא באתר הקורס.

ההסתברות שדני ידע לענות על שאלה שנבחרה באופן מקרי היא 0.75

ואם אינו יודע הוא מנחש את התשובה

ואז ההסתברות שינחש את התשובה הנכונה היא 0.2

א. מה ההסתברות שדני יענה נכון על שאלה שנבחרה באופן מקרי?

ב. דני ענה נכון של שאלה מסוימת, מה ההסתברות שידע לענות עליה (ולא ניחש)?

✓ (8)

לדן וסמדר חשבון בנק משותף.

דן מגיע לבנק 20% מהימים, סמדר מגיעה לבנק 30% מהימים, הם מגיעים לבנק ביחד 8% מהימים.

א. מה ההסתברות שביום מסוים סמדר לא באה לבנק?

ב. מה ההסתברות שביום מסוים לפחות אחד מהם מגיע לבנק?

ג. ידוע כי ביום א' האחרון סמדר ביקרה בבנק. מה ההסתברות שגם דן ביקר בבנק באותו יום?

ד. ידוע כי ביום מסוים סמדר לא באה לבנק. מה ההסתברות שדן ביקר בבנק באותו יום?

✓ (9)

באחת מחברות הביטוח הישיר, בשל עומס הפניות רק 60% מהפניות נענות באופן מיידי. שאר הפונים מתבקשים להשאיר את מספר הטלפון.

ב-75% מהמקרים שהושאר מספר טלפון, חוזר נציג חברת הביטוח לפונה באותו יום וב 25% מהמקרים - ביום למחרת.

ההסתברות שפונה יחליט לרכוש ביטוח בחברה היא 0.8 אם נענה מיידי,

0.6 אם חזרו אליו באותו יום

ו 0.4 אם חזרו אליו למחרת

א.

מה ההסתברות שאדם הפונה לחברת הביטוח ירכוש בה ביטוח?

ב.

ידוע כי אדם רכש ביטוח בחברה. מה ההסתברות שהשאיר את מספר הטלפון שלו וחזרו אליו באותו היום?

ג.

נגדיר את המאורעות הבאים:

A אדם רכש ביטוח בחברה.

B אדם השאיר את מספר הטלפון שלו.

A ו B - מאורעות בלתי תלויים? האם A ו B - מאורעות זרים? נמק.

✓ (10)

מסטיטיסיקות של משחקי גביע העולם בכדורגל ידועים הנתונים הבאים:

ב 30% מהמשחקים לא מובקעים שערים כלל,

ב 20% מהמשחקים מובקע שער אחד

וב 50% מהמשחקים שני שערים ויותר.

כמו כן ידוע כי מבין המשחקים בהם מובקעים לפחות שני שערים, 40% מסתיימים ללא הכרעה (תיקו).

א.

מה ההסתברות שמשחק כדורגל בגביע העולם יסתיים בהכרעה?

ב.

משחק כדורגל בגביע העולם הסתיים בהכרעה. מה ההסתברות שהובקעו בו לפחות שני שערים?

ג.

האם המאורעות "משחק כדורגל בגביע העולם הסתיים בהכרעה" ו "במשחק-כדורגל בגביע העולם הובקעו לפחות שני שערים" הם מאורעות זרים? הם בלתי תלויים? נמק!

הסתברות שאלות מבגרויות

(1)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות קיץ מועד ב' 2009

בשכבה י"א יש שתי כיתות: י"א 1 ו- י"א 2.

בכיתה י"א 1 יש 40 תלמידים, ולמחציתם יש מחשב נישא.

בכיתה י"א 2 יש 35 תלמידים, ול- 40% מהם יש מחשב נישא.

- א. בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א, ונמצא שיש לו מחשב נישא. מהי ההסתברות שהוא לומד בכיתה י"א 2?
- ב. בחרו באקראי בזה אחר זה (בלי החזרה) 2 תלמידים מכיתה י"א-1, ובאותו אופן בחרו 2 תלמידים מכיתה י"א 2. מהי ההסתברות של-2 התלמידים מכיתה י"א 1 וגם ל-2 התלמידים מכיתה י"א 2 אין מחשב נישא?

(2)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות קיץ מועד א' 2013

ועדה המארגנת של תחרות "נולד לשיר" מתלבטת אם ישפוט בתחרות רק שופט א' או יצטרפו אליו שני שופטים נוספים: שופט ב' ושופט ג'.

ההצבעה של שופט א' לא תשתנה אם הוא ישפוט לבד או אם ישפוט עם האחרים.

ההצבעה של כל אחד מהשופטים אינה תלויה בהצבעה של השופטים האחרים.

אם ישפוט בתחרות רק שופט א' – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם השופט יצביע בעדו

אם ישפטו שלושת השופטים – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות אם לפחות 2 מהשופטים יצביעו בעדו.

יוסי הוא אחד המתמודדים בתחרות.

נתון כי ההסתברות ששופט א' יצביע בעד יוסי שווה להסתברות ששופט ב' יצביע בעדו.

ההסתברות ששופט ג' יצביע בעד יוסי היא 0.5.

א. האם ההסתברות, שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפוט בתחרות רק שופט א', שווה להסתברות שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפטו בתחרות שלושת השופטים? נמק.

ב. לבסוף הוחלט שבתחרות ישפטו שלושת השופטים.

נתון כי ההסתברות, ששופט א' הצביע בעד יוסי אם ידוע כי יוסי עבר לשלב נוסף בתחרות, גדולה מ- 0.8.

מצא את תחום הערכים של ההסתברות ששופט א' הצביע בעד יוסי.


(3)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות קיץ מועד ב' 2013

מבין כל תלמידי י"ב בעיר מסוימת מאתרים תלמידים שיתאימו לקורס ייחודי.


הקורס מתאים לתלמידים שיש להם יכולת טכנית.
 הבחנות מאבחנות 80% מבין התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית,
 ומאבחנות 10% מבין התלמידים שאין להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית.
 מבין התלמידים שאובחנו כבעלי יכולת טכנית, אחוז התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית
 גדול פי 4 מאחוז התלמידים (בקבוצה זו) שאין להם יכולת זו.
 א. מהי ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית?
 ב. באותה עיר כל אלה שאובחנו כבעלי יכולת טכנית השתתפו בקורס, ורק הם. בעיר יש 600
 תלמידי י"ב. מבין המשתתפים בקורס לכמה תלמידי אין יכולת טכנית?

(4)

 **הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות חורף 2014**
 בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם,

יש תושבים המשתתפים בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים.
 נמצא כי המאורע "תושב העיר משתתף בחוג לריקודי עם"
 והמאורע "תושב העיר משתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.
 מספר התושבים שמשתתפים בחוג לריקודי עם גדול פי 2 ממספר התושבים שמשתתפים
 בחוג לתאטרון.
 מבין התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון, 60% משתתפים בחוג לריקודי עם.
 א. מהו אחוז התושבים בעיר שמשתתפים בחוג לריקודי עם וגם בחוג לתאטרון?
 ב. יום אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, ורק
 הם.
 עיתונאי ראיין 6 משתתפים בכנס שנבחרו באקראי.
 מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משתתפים בחוג לתאטרון?

(5)

 **הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות קיץ מועד א' 2014**
 אבא ודני משחקים בזריקת כדור לסל. בכל משחק שני סיבובים.

המנצח בסיבוב מקבל נקודה אחת. אם הסיבוב מסתיים בתיקו, כל אחד מקבל חצי נקודה.
 נתון: ההסתברות שדני ינצח בסיבוב היא 0.1,
 ההסתברות שאבא ינצח בסיבוב היא 0.2
 ההסתברות שהסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.7.
 הסיבובים אינם תלויים זה בזה.
 א. מהי ההסתברות שאבא יצבור בשני הסיבובים יותר מנקודה אחת?
 ב. מהי ההסתברות שדני יצבור בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת?

ג. ידוע כי דני צבר בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת.

מהי ההסתברות שאחד הסיבובים הסתיים בתיקו והאחר הסתיים בניצחון של דני?

ד. אבא ודני משחקים 4 פעמים את המשחק שמתואר בפתיח. (בכל משחק שני סיבובים).

מהי ההסתברות שדני יצבור לפחות נקודה אחת 2 פעמים בדיוק?

(6)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות מועד ב 2014

בעיר גדולה כל אחד מתלמידי כיתות י"ב בשנה מסוימת בוחר באחד משני המסלולים לטיול שנתי:

מסלול א' או מסלול ב'.

נמצא: 75% מן התלמידים שבחרו במסלול א' הן בנות.

10% מן הבנות בחרו במסלול ב'.

40% מן התלמידים הם בנות.

א. בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת).

מהי ההסתברות שהוא בחר במסלול א'?

ב. כאשר בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת), האם המאורע "התלמיד הוא בת" והמאורע "התלמיד (בן/בת) בחר במסלול א'" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.

ג. בחרו באקראי כמה בנות מבין התלמידים. נמצא שההסתברות שלפחות אחת מהן בחרה במסלול א' היא 0.99. (הבחירות של המסלולים על ידי הבנות שנבחרו הן בלתי תלויות).

כמה בנות נבחרו?

(7)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות מועד ג' 2014

מבין העובדים בחברה גדולה בוחרים באקראי 4 עובדים.

ההסתברות שלכל היותר ל-3 עובדים יש השכלה גבוהה היא $255/256$.

א. לאיזה אחוז מהעובדים יש השכלה גבוהה?

ב. מהי ההסתברות שמבין 4 עובדים שבחרים באקראי, ל-3 אין השכלה גבוהה?

ג. 40% מעובדי החברה הן נשים.

ל-1/4 מהנשים יש השכלה גבוהה.

מבין העובדים שיש להם השכלה גבוהה בחרו באקראי שני עובדים.

מהי ההסתברות ששני העובדים הם נשים?

(8)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות חורף 2015

בישוב גדול 1/3 מהתושבים הם נשים, והשאר הם גברים.

- מבין התושבים בוחרים באקראי שתי קבוצות:
 קבוצה של 4 אנשים (נשים/גברים) לריאיון ברדיו.
 קבוצה של 4 אנשים (נשים/גברים) לריאיון בטלוויזיה.
 א. מהי ההסתברות שבכל קבוצה יש בדיוק 2 גברים?
 ב. ידוע כי בקבוצה שנבחרה לריאיון ברדיו היו לכל היותר 2 גברים.
 מהי ההסתברות שהיו בקבוצה זו בדיוק 2 גברים?
 (9)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות קיץ מועד ב' 2015

- חוקר עורך מחקר על הרגלי האכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים.
 חלק מהסטודנטים מביאים תמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית.
 כל הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפטריה.
 הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.
 א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדיוק 2 מהם מביאים אוכל מהבית גדולה פי 6 מההסתברות שבדיוק 1 מהם מביא אוכל מהבית.
 (1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית.
 (2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.
 מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית, אבל לא כולם?
 ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.
 (1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?
 (2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית מבין הסטודנטים שאוכלים במשך היום?
 (10)

הסתברות שאלון 806 פתרון בגרות חורף 2016

- מכונת מזל אפשר לזכות ב- 50 שקל, ב- 100 שקל או לא לזכות כלל.
 דן משחק 5 משחקים במכונה זו.
 ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעמיים שווה להסתברות שהוא יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעם אחת.
 (ההסתברות לזכות ב- 50 שקל שונה מאפס).
 ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא $\frac{1}{32}$.
 א. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד?
 (10)

- ב. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 100 שקל במשחק בודד?
- ג. ידוע כי לאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה סך הכל ב- 100 שקל בדיוק.
מהי ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד משני המשחקים?